

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

Отдел теоретической физики

На правах рукописи

Р. А. Рютин

УДК 539.1.01

**Масштабные эффекты в  
глубоконеупругих и дифракционных  
процессах при высоких энергиях.**

Специальность — 01.04.02 — теоретическая физика

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук  
В. А. ПЕТРОВ

Протвино 2004 г.

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>Глава I. Связь процессов глубоконеупругого рассеяния (ГНР) и инклюзивной <math>e^+e^-</math> аннигиляции (ИА)</b>	<b>11</b>
Соотношения аналитического продолжения . . . . .	11
Соотношение взаимности и его проверка . . . . .	15
Анализ экспериментальных данных . . . . .	16
Анализ модифицированного соотношения. . . . .	27
<b>Глава II. Эффекты, связанные с массами кварков</b>	<b>30</b>
Асимптотические соотношения между структурными функциями . . . . .	31
Оценка вклада чарма в структурную функцию . . . . .	33
<b>Глава III. Эксклюзивные двойные дифракционные процессы в адронных столкновениях</b>	<b>38</b>
Теоретическая модель и нормировка на данные по ЭРВМ . . . . .	39
Модель для ЭДДС . . . . .	46
Теоретические оценки сечений для ускорителей TeVatron и LHC . . . . .	51
Рождение бозона Хиггса в ЭДДС . . . . .	53
Рождение тяжелых $0^{++}$ состояний $\chi_{c,b}$ в ЭДДС . . . . .	55
Эффекты дополнительных пространственных измерений в ЭДДС . . . . .	56
Рождение двух струй в ЭДДС . . . . .	60
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b>	<b>63</b>

Приложение . . . . .	65
Приложение А . . . . .	65
Приложение Б . . . . .	69
Приложение В . . . . .	71
Приложение Г . . . . .	71
Приложение Д . . . . .	74

# ВВЕДЕНИЕ

При изучении физических величин, таких как сечения, средние множественности, структурные функции и т.д. мы сталкиваемся с присутствием различных пространственно-временных масштабов, связанных через соотношение неопределенностей с характерными энергетическими (массовыми) масштабами. Часто в одном и том же процессе мы имеем дело с двумя или несколькими масштабными переменными: энергия и виртуальность фотона, виртуальность фотона и масса кварков, поперечный импульс протона и масса тяжелого бозона Хиггса и т.д. При этом энергетическая зависимость величин изменяется, и характер изменения определяется различием участвующих в описании процесса дополнительных масштабов.

К примеру, мы можем представить следующую картину: в области взаимодействия процесса, происходящего на больших расстояниях, возникают кратковременные возмущения (характерное время мало), которые приводят к резким изменениям в развитии данного процесса. Такой масштаб обычно называют “жестким” (“hard scale”). При таком значении энергетического массового параметра  $Q$  велико, и эффективная константа взаимодействия КХД  $\alpha_s(Q^2)$  мала по сравнению с единицей. Другой масштаб (малые  $Q^2$ ), при котором метод теории возмущений неприменим, называют, соответственно, “мягким”.

Существуют также более сложные ситуации, когда возникают еще и промежуточные по величине переменные, либо отношение масштабов недостаточно велико, что может приводить к явлениям типа интерференции [1].

Решаемые в данной работе проблемы являются частью общей теоретической задачи об учёте дополнительных энергетических масштабов при объяснении полной энергетической зависимости измеряемых в эксперименте физических величин. При-

мером такой постановки задачи могут служить работы [2],[3]. В первой вычисляется энергетическая зависимость средних множественностей в присутствии дополнительных масштабов. Во второй рассматривается зависимость сечений и структурных функций от “жесткого” масштаба в рассеянии виртуального фотона на протоне. В настоящей работе рассмотрено влияние масштабов на описание и связь некоторых наиболее характерных процессов, а также представлены предсказания для будущих экспериментов на существующих и строящихся ускорителях (HERA, TeVatron, LHC).

Экспериментальная ситуация в интересующей нас области складывалась следующим образом. При измерении полных сечений адронных процессов ( $pp$  и  $\bar{p}p$ ) был обнаружен их слабый рост с энергией столкновения. Теоретически имеет место логарифмическое ограничение (“граница Фруассара” [4]) на максимальный рост сечения, которое следует из условия унитарности и полиномиальной ограниченности по энергии.

Первыми экспериментальными указаниями на сильную зависимость поведения сечений от дополнительного масштаба были данные, полученные на электрон-адронном коллайдере HERA. Было обнаружено, что с ростом виртуальности фотона энергетическая зависимость полного сечения усиливается. То есть растёт производная  $\frac{d\sigma(W,Q^2)}{dW}$  при увеличении  $Q^2$ . Здесь  $W$  – энергия столкновения виртуального фотона и протона в системе центра масс, а  $Q^2$  – виртуальность фотона.

Затем там же, на  $ep$ -коллайдере HERA в DESY, обнаружили, что сечение эксклюзивного рождения легких векторных мезонов виртуальным фотоном возрастает с ростом энергии быстрее, чем сечение рождения тех же мезонов реальным фотоном [5]. Кроме того, сечение рождения тяжелых векторных мезонов ( $J/\Psi$ , и т.д.) реальным фотоном также растет с энергией быстрее, чем сечение рождения легких векторных мезонов ( $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$ ).

Таким образом, при наличии второго (кроме энергии столкновения) и достаточно большого энергетического масштаба (виртуальность фотона и/или масса рождающегося векторного мезона) зависимость от энергии увеличивается.

С началом экспериментов на коллайдере TeVatron в лаборатории Fermilab появилась возможность исследования редких дифракционных процессов, таких как экс-

клюдивные двойные дифракционные события (ЭДДС). Проведенный экспериментальный анализ [6] и полученные верхние оценки на эксклюзивное рождение двух струй и тяжелых скалярных мезонов ( $\chi_{c,0}$ ), а также двухфотонный процесс, позволяют проследить динамику развития процессов от энергий ISR и HERA до энергии 1.8 Тэв и исследовать область применимости различных моделей. В данном процессе дополнительным масштабом может быть масса рождаемой в центре частицы, а также энергия струй. Возможно возникновение промежуточных масштабов, таких как средний поперечный импульс экранирующего глюона, либо масса “глюбола” [7], либо масса тяжелого кварка. Также во всех пертурбативных вычислениях “незримо” присутствует характерный масштаб КХД  $\Lambda$ , значение которого варьируется в зависимости от теоретической схемы вычитаний. С взаимодействием различных масштабов связано явление так называемой частичной или полной факторизации “жестких” и “мягких” процессов, которое неоднократно обсуждалось в литературе [8],[9],[10].

Все описанные выше экспериментальные данные говорят в пользу того, что изучение процессов, в которых присутствует один или несколько дополнительных масштабов, а также их связи друг с другом, важно для понимания динамики взаимодействия.

Теоретическое изучение процессов с дополнительными масштабами началось еще с работ [11] - [14], где исследовалось соотношение аналитического продолжения (“кроссинг-симметрия”) из канала глубоконеупругого рассеяния (ГНР) в канал инклюзивной  $e^+e^-$  аннигиляции (ИА), следующее из основных принципов квантовой теории поля (КТП). Исследования были дополнены “соотношением взаимности” [15], [16], полученным в главном логарифмическом приближении (ГЛП) теории возмущений для большого числа моделей, в т.ч. и для КХД [17], [18]. Количество работ на данную тему в последнее время значительно сократилось, и в основном это были чисто теоретические изыскания, не уделяющие должного внимания эксперименту (см. однако [19]). Еще одно соотношение, связывающее функции ГНР и ИА, было получено и проверено в [20].

В главе 1 настоящей работы наряду с обсуждением теории анализируется связь полученных результатов с экспериментальными данными. Здесь использован мате-

риал по ИА: ARGUS( $\sqrt{Q^2} = 9.8$  ГэВ) [21], TASSO( $\sqrt{Q^2} = 14, 22, 34$  ГэВ) [22], TPC [23], HRS [24]( $\sqrt{Q^2} = 29$  ГэВ), TOPAZ( $\sqrt{Q^2} = 58$  ГэВ) [25], OPAL [26], DELPHI [27]( $\sqrt{Q^2} = 91.2$  ГэВ), и по ГНР: NMC [28], BCDMS [29], ZEUS [30], H1 [31], EMC [32], E665 [33], SLAC [34], а также параметризация MRS [35] для структурных функций. В результате тщательного анализа показано, что многие из прежних предсказаний не подтвердились экспериментальными данными. В то же время получены и проверены экспериментально некоторые новые соотношения между сечениями ГНР и ИА.

Когда были получены данные с коллайдера HERA по ГНР с открытым рождением чарма [36, 37], возникла необходимость оценить поведение структурных функций с открытым рождением чарма  $F_2^c$ , что было сделано, например, в работах [2, 38]. Результаты экспериментальных исследований указывают на то, что вклад  $F_2^c$  в полную структурную функцию  $F_2$  достигает 40% при измеренных  $x$  и  $Q^2$  и растет быстрее, чем  $F_2$  с уменьшением переменной  $x$ . Вклад  $b$ -кварков  $F_2^b$  в полную структурную функцию составляет 2-3%, как показали недавние измерения процессов с открытым рождением бьюти [39],[40].

Часто полагают, что с ростом энергии сталкивающихся частиц  $W$  и ростом квадрата переданного импульса  $Q^2$  массовые эффекты становятся незначительными. Однако, в работах [2, 38] были приведены аргументы в пользу того, что разность между структурными функциями ГНР с открытым рождением тяжёлых кварков в области фрагментации тока и структурными функциями процесса без такого рождения, является масштабно-инвариантной величиной при больших  $Q^2$ , то есть зависит лишь от бьеркеновской переменной  $x$  и массы тяжелого кварка  $m_Q$ . Существуют теоретические работы (см., например [41]), в которых  $F_2^c$  оценивалась исходя из некоторых модельных соображений. Данный результат позволил получить **модельно независимую** (т.е. не зависящую от конкретного выбора распределения глюонов в нуклоне) нижнюю оценку на  $F_2^c$ , хорошо согласующуюся с экспериментальными данными по  $F_2^c$  [2, 38].

В главе 2 представлено Обобщение подхода [2, 38], и предсказания влияния массового масштаба на поведение измеряемых величин в рамках операторного разложения [42] при больших  $Q^2$ . В данном случае мы имеем два дополнительных масштаба,

один из которых является “жестким”, а другой - промежуточным и определяется массой кварка. Показано, что даже в пределе очень больших  $Q^2$  массовая зависимость играет значительную роль в поведении структурных функций.

В главе 3 процесс эксклюзивного фоторождения тяжелых векторных мезонов описан в рамках сформулированной нами модели и исследован с точки зрения возможности предсказаний сечений ЭДДС для современных и будущих ускорителей. Модель, которая используется для данного описания, была предложена в работах [43, 44] и базируется на обобщённом редже-эйкональном подходе [3], пригодном и вне массовой оболочки.

Истоки редже-эйконального подхода хорошо известны из литературы. При объяснении экспериментальных данных с HERA по эксклюзивному рождению векторных мезонов возникла идея о том, что при увеличении виртуальности фотона мы переходим в область применимости пертурбативного разложения КХД и мы можем использовать результаты, полученные в КХД для объяснения явления более быстрого роста сечений. Действительно, вычисления КХД показали, что энергетическая зависимость данных процессов должна быть степенной со степенью, гораздо большей той, что диктует рост полного сечения в адронных процессах.

В рамках же теории Редже мы имеем, что асимптотическое поведение амплитуды рассеяния обусловлено сингулярностью амплитуды, лежащей правее всех остальных сингулярностей в комплексной  $J$  – плоскости. При этом данная сингулярность универсальна, т.е. не зависит от масс частиц, либо от виртуальности фотона.

Поскольку мы имеем растущие сечения, то интерсепт померона (лидирующего полюса Редже) больше единицы, что влечёт за собой нарушение принципа унитарности. Для того, чтобы восстановить унитарность мы применяем эйкональную модель, в которой амплитуда автоматически удовлетворяет условию унитарности. Далее мы выбираем способ расширения данной модели на случай частиц, находящихся вне массовой оболочки. Существует несколько методов расширения эйкональной модели, мы выбираем метод полученный в статьях [3, 44]. При этом нет траекторий, которые зависели бы от виртуальности частиц, находящихся вне массовой оболочки.

В данном подходе последовательно учитываются перерассеяния с обменом ре-

джеонами и тем самым учитываются унитарные поправки и их влияние на энергетическую зависимость величин. Поскольку именно они зависят от виртуальностей частиц, то задержка асимптотического поведения или более быстрый рост сечений чем при асимптотически больших энергиях обусловлен влиянием данных поправок.

Расширенный редже-эйкональный подход обобщен на тензорный случай [45] с дополнительным предположением о возможности его применения к глюон-протонной амплитуде  $pg^* \rightarrow pg$ , что важно для возможности вычисления сечений большого количества других процессов.

В частности, рассмотрен процесс ЭДДС, к которому может быть применен указанный выше метод. Исходя из достаточно хорошего описания всех данных по полным и дифференциальным сечениям процессов  $pp(\bar{p}) \rightarrow pp(\bar{p})$  [44] и  $\gamma p \rightarrow Vp$  [45], даются предсказания для процесса типа  $pp \rightarrow p+X+p$ , где знак “+” означает большой промежуток по быстроте между протоном и центральной системой  $X$ . Модель хорошо работает в области малых потерь поперечных импульсов протонов (меньше 1 Гэв). Преимущества ЭДДС для получения фундаментально важных экспериментальных результатов неоднократно обсуждались в литературе (см., например [46], [47]).

В первую очередь обычно рассматривается рождение в ЭДДС стандартного бозона Хиггса [47]–[51]. Достаточно подробный обзор моделей можно найти в [52]. Их можно разделить на два класса по принципу описания “мягких” процессов  $pp(\bar{p})$  рассеяния: модели, использующие для описания амплитуд борновские члены эйконального разложения без унитаризации или в виде, который не нарушает унитарность и модели, использующие амплитуды, удовлетворяющие унитарности, такие как эйкональная амплитуда,  $U$ -матрица [53] и другие.

Из чисто реджевских подходов часто используется модель Донаки и Ландсхофа [54]. Они использовали амплитуду с суперкритическим помероном ( $\alpha(0) - 1 \simeq \simeq 0.08$ ) не заботясь о нарушении унитарности и ограничения Фруассара [4]. Объяснение этого заключается в том, что при современных энергиях степенной рост амплитуды численно не превосходит это ограничение, а при больших энергиях “померон будет унитаризован много-померонными разрезами (обменами)” [54]. Померон в данной модели взаимодействует с кварками как “С-чётный фотон” и для описания

дифференциальных сечений используется феноменологически вводимый померон-реджеонный разрез. Получено хорошее описание данных при  $t = 0$  и при  $t \leq 1 \text{ GeV}^2$  для диффракционных сечений. Проблемы в данной модели заключаются в неоднозначности процедуры построения разрезов, т.е. унитаризации; при этом парциальные волны нарушают унитарность уже при  $\sqrt{s} \simeq 2 \text{ Тэв}$ . Несмотря на эти недостатки модель обладает простотой и точностью воспроизводства экспериментальных данных [55], [56]. Получены предсказания для рождения бозона Хиггса в ЭДДС [49].

Из эйкональных подходов в ЭДДС наиболее известен так называемый двухканальный подход [57]. Эйкональная функция в нём строится из функций, соответствующих основному и “возбуждённому” состоянию адрона. Утверждается [57], что достигается очень хорошее описание экспериментальных данных по  $pp(\bar{p})$  и  $ep$  рассеянию. С точки зрения “мягкого”  $pp(\bar{p})$  рассеяния эта модель близка к нашей, и отличается по двум параметрам – виду эйкональной функции и способом учета перерассеяний в начальном и конечном состояниях в ЭДДС. Многоканальный подход не обобщался на случай частиц вне массовой оболочки.

Существует также подход, основанный на представлении померона обменом двумя “непертурбативными” глюонами [47], [58], [59]. По существу это попытка угадать свойства КХД в области больших пространственно-временных масштабов. Однако, чаще всего, в этом методе не учитываются перерассеяния.

Большое количество моделей ЭДДС обусловлено как различием чисто реджевского, эйконального подходов, и подхода, основанного на КХД, в описании “мягких” процессов, так и отличием в описании процесса кратковременного возмущения, связанного с образованием тяжелой массы типа бозона Хиггса. Широко распространён подход, основанный на так называемой  $k_T$ -факторизации. При этом амплитуду процесса  $pp \rightarrow p + H + p$  представляют как свёртку двух амплитуд  $pg^* \rightarrow pg$  с амплитудой “жесткого” процесса  $gg \rightarrow H$ , с последующим интегрированием по поперечному импульсу глюона, который вводится для того, чтобы система сталкивающихся в “жестком” процессе глюонов была “бесцветной”. В том, как авторы представляют амплитуды  $pg^* \rightarrow pg$  и существует отличие. Многие используют так называемые асимметричные распределения глюонов в протоне [48], [60]. Несмотря на свою привле-

кательность с точки зрения экспериментального анализа, в этом подходе существует опасность двойного счета. Похожий метод – использование распределений партонов в помероне [61], однако возникают проблемы, связанные с предположениями о полной факторизации.

Третий подход – “непертурбативная КХД” [47], [59] и её вариации [50], основанные на использовании различного типа феноменологических Монте-Карло генераторов [51]. В моделях, которые базируются на КХД, чаще всего происходит значительная недооценка величины сечений, а в теоретическом плане – неоправданные гипотезы относительно КХД на больших расстояниях.

В нашей модели ассиметричная амплитуда  $pg^* \rightarrow pg$  описывается всё той же расширенной редже-эйкональной моделью в ее тензорном виде. Это само по себе говорит о единообразии подхода к описанию всех “мягких” процессов без использования функций распределения глюонов в протоне.

Данная работа построена следующим образом. В первой главе дается описание процессов ГНР и ИА и предсказание их связи. Во второй главе проведено исследование массовых эффектов в ГНР с открытым рождением чарма методом операторного разложения. В третьей главе приводится описание процесса эксклюзивного фоторождения тяжелых векторных мезонов ( $J/\Psi$ ,  $\Upsilon$ ) и получение параметров модели для дальнейших предсказаний. В четвертой главе дан вывод результатов для сечений ЭДДС с рождением различных состояний (Хиггс, Радион, две струи,  $\chi_{c,b}$ ) и распределения с выхода быстрого Монте-Карло генератора событий EDDE.

Работа основана на публикациях [45], [62]–[67], а также нескольких докладах и семинарах, проведенных в лабораториях CERN (Женева, Швейцария), LAPP (Анси, Франция) и INFN (Турин, Италия) и ИФВЭ (Протвино). Предварительное описание Монте-Карло генератора процессов ЭДДС можно найти в [68].

# Глава I. Связь процессов глубокоэластичного рассеяния (ГНР) и инклюзивной $e^+e^-$ аннигиляции (ИА)

## Соотношения аналитического продолжения

Исследование связи структурных функций  $F_i$  и  $\bar{F}_i$  процессов ГНР и ИА соответственно (Рис.1), проведенное в этой главе, основано на работах [62, 63]. Мы начнем рассмотрение с соотношения аналитического продолжения.

В самом раннем подходе к данному вопросу использовалось разложение  $T$ -произведения токов вблизи “светового конуса”, а также предполагалась независимость  $F_i$  и  $\bar{F}_i$  от  $Q^2 = |q^2|$  ( $q^2$  – виртуальность фотона), т.е. “скейлинг”, при достаточно больших  $Q^2$ . Аналитические свойства, получающиеся из теории возмущений, отражены на рис. 2. В работе [13] было показано, что существует две возможности:

1.  $F_i(x)$  допускает аналитическое продолжение в  $\bar{F}_i(x)$ ;
2. Нетривиальный “скейлинг” выполняется для каждого процесса в отдельности, а какая-либо связь типа аналитического продолжения отсутствует.

В первом случае имеется “кроссинг” в виде соотношения

$$\bar{F}(x) = -Re F(x) + \rho(x) \quad , \quad (1)$$

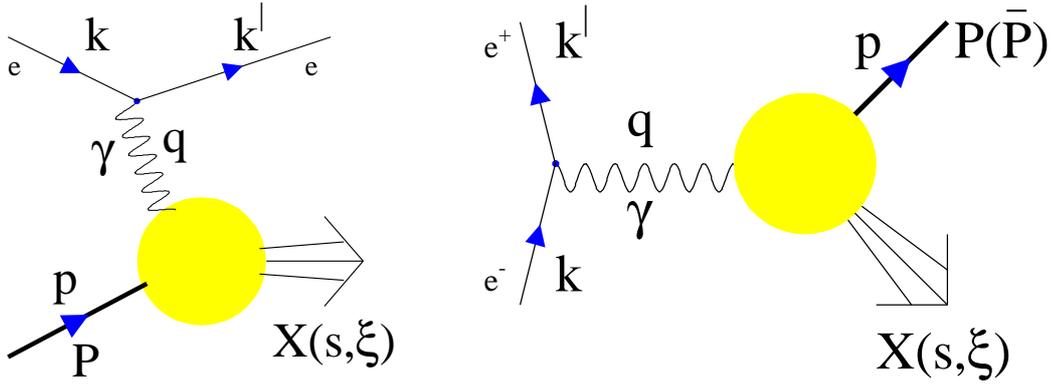


Рис. 1: Процесс ГНР.  $s = (p + q)^2$  (левый рисунок). Процесс ИА.  $s = (p - q)^2$  (правый рисунок).

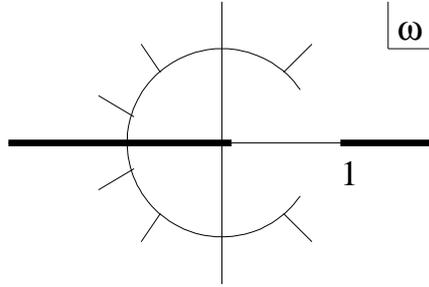


Рис. 2: Область аналитичности по  $\omega$ , следующая из теории возмущений при учете аномальных порогов ( $\omega = -q^2/(s - q^2)$ ,  $\omega = x$  при  $\omega > 0$ ).

где  $\rho(x)$  выражается через спектральные функции  $F(x)$  в области аннигиляции ( $x > 1$ ) (рис. 2). Наличие или отсутствие разреза вдоль вещественной оси в этой области определяет два типа аналитического продолжения. “Простой кроссинг” [11] выполняется при условии  $\rho \equiv 0$  и соответствующее соотношение имеет вид:

$$\bar{F}(x) = -F(x), \quad x > 1 \quad . \quad (2)$$

Другой тип кроссинга определяется тем же соотношением (1) с  $\rho \neq 0$ . При этом в [13] отмечается, что даже если у  $F(x)$  разрез при  $x > 1$  отсутствует, т.е.  $Im F(x) = 0$ ,  $\rho(x)$  не обязательно равна 0. Следовательно может выполняться и несколько иное

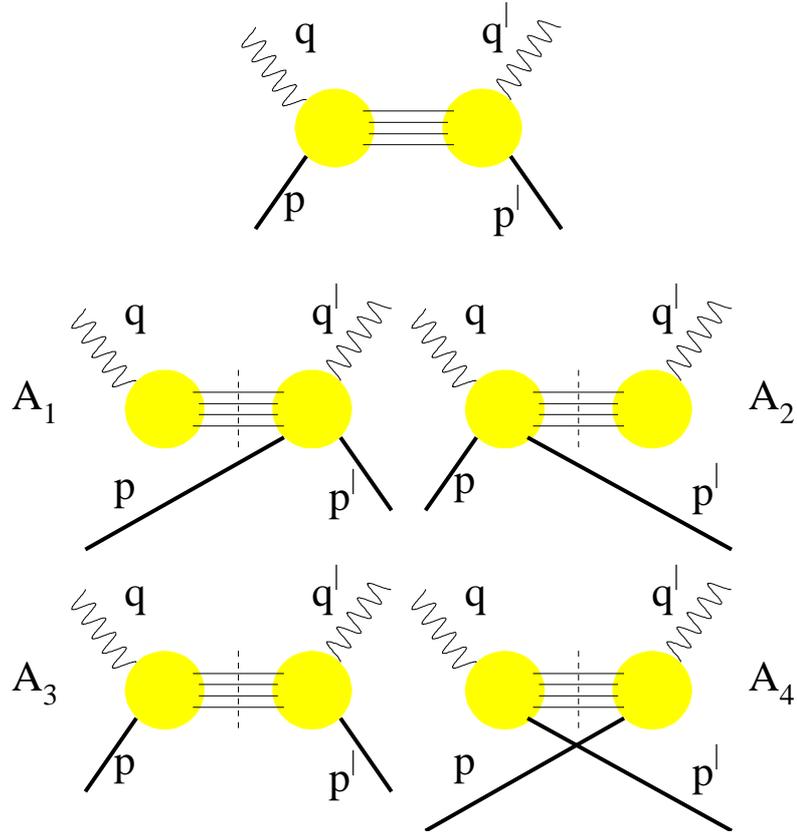


Рис. 3: Амплитуда при  $t = (q - q')^2 \neq 0$ ,  $s = (q + p)^2 = (q' + p')^2$ ,  $u = (q - p')^2 = (q' - p)^2$ .  
 Диаграммы  $A_3$  и  $A_4$  дают при  $t = 0$  вклады в структурные функции ГНР и ИА соответственно.

соотношение

$$\bar{F}(x) = -F(x) + \rho(x), \quad x > 1 \quad . \quad (3)$$

С другой стороны не исключена возможность того, что процессы вообще не связаны аналитическим продолжением такого вида (случай 2).

Второй подход выглядит более корректным в том смысле, что в нем не используется разложение  $T$ -произведения вблизи “светового конуса”, и метод в целом основан на принципах причинности и спектральности. Такой подход использовался в работе [12] и состоит в нахождении структурных функций из амплитуды “комптоновского” рассеяния не вперед, т.е. при  $t \neq 0$  (Рис.3). Отбирая требуемые диаграммы, дающие вклад в структурные функции ГНР и ИА при  $t = 0$ , и сравнивая соответствующие

аналитические выражения, приходим к соотношению для т.н. “обобщенного кроссинга”

$$\begin{aligned} \overline{W}_2(s, q^2) = & -Re W_2(s, q^2) - \epsilon(s + M^2 - q^2) \cdot \\ & \cdot \theta(s - s_0)\theta(q^2 - q_t^2)g(q^2, q^2, s, 0) \quad . \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $g(q^2, q'^2, s, t)$  – тройная спектральная функция “комптоновской” амплитуды по  $q^2, q'^2$  и  $s$  при  $t \neq 0$  ( $q^2 = q'^2$  при  $t = 0$ ), для которой выполняется соотношение

$$g(q^2, q'^2, s, t) = g(q'^2, q^2, s, t) \quad . \quad (5)$$

Структурные функции процессов вводятся обычным образом [11], [14], [15]:

$$F_2(x, q^2) = \nu W_2(x, q^2) = xW(x, q^2) ; \quad (6)$$

считается выполненным соотношение Каллана – Гросса [69]:

$$F_2(x, q^2) = 2xF_1(x, q^2) \quad . \quad (7)$$

Здесь  $\nu = pq/M$ ,  $p$  и  $M$  – импульс и масса протона соответственно. Структурные функции для аннигиляции вводятся аналогично. Вместо  $x$  часто используется переменная  $z = 1/x < 1$  в области аннигиляции. Заметим, что в данном подходе обе структурные функции  $\overline{W}$  и  $W$  выражаются через единую спектральную функцию  $g$ , т.е. можно говорить о существовании единой аналитической функции, граничными значениями которой являются наши структурные функции. При этом получена связь структурных функций без предположения о “скейлинге”, т.е. без каких-либо допущений о поведении по  $Q^2$ , так что соотношение (4) должно выполняться для любых  $Q^2$ .

Вопрос о существовании единой аналитической функции двух комплексных переменных, граничными значениями которой являются структурные функции ГНР и ИА, можно рассматривать в ином аспекте. В работе [70] выяснялось, какими будут последствия такого подхода, если амплитуды процессов удовлетворяют достаточно общим предположениям о поведении при фиксированном  $s$  и  $q^2 \rightarrow \pm\infty$ , и там же было получено соотношение, подобное т.н. “соотношению взаимности” (см. ниже), а именно

$$\lim_{q^2 \rightarrow \infty} \frac{W(-q^2, s)}{\overline{W}(q^2, s)} = 1 \quad . \quad (8)$$

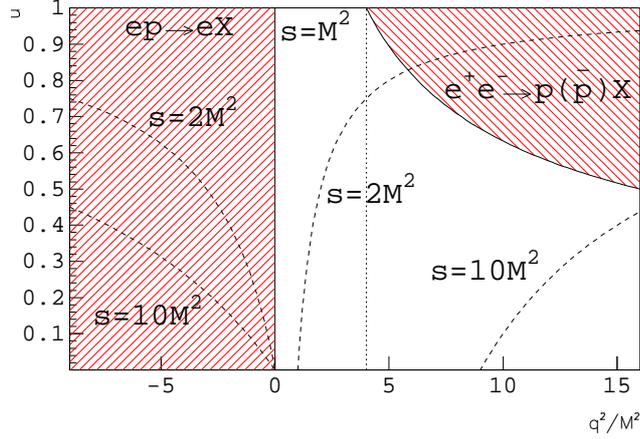


Рис. 4: Физические области в переменных  $q^2$  и  $u$ , где  $u = x$  (ГНР),  $u = z$  (ИА). Штриховые линии — кривые  $s = const$ . При  $s = M^2$  получается линия  $u \equiv 1$ . Пунктиром обозначена линия  $q^2 = 4M^2$ .

Т.к.  $s$  фиксировано, в рассматриваемом случае это же соотношение можно записать в виде

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{W(x, s)}{\bar{W}(x, s)} = 1 \quad . \quad (9)$$

Преимущество последнего соотношения по сравнению с “кроссингом” состоит в том, что обе структурные функции выбраны в своих физических областях каждая. Это допускает непосредственную проверку (8), (9) в эксперименте с некоторыми оговорками (см. далее). Имеется преимущество и по сравнению с “соотношением взаимности”, которое было получено в теории возмущений.

## Соотношение взаимности и его проверка

Связь между процессами ГНР и ИА в их физических областях (рис. 4) была впервые установлена в работе [15] на основе суммирования лестничных диаграмм теории возмущений (ГЛП) для векторной и псевдоскалярной модели взаимодействия, а также детально обсуждалась в работе [16]. Эта связь выражается через т.н. “соотношение взаимности” (или “соотношение Грибова-Липатова”), которое выглядит следующим

образом:

$$\overline{W}\left(\frac{1}{x}, q^2\right) = xW(x, q^2) \quad , \quad (10)$$

где  $\overline{W}$  и  $W$  – определенные ранее структурные функции, которые получаются из амплитуды “комптоновского” рассеяния виртуального фотона на спинорной частице. Отмечалось и то, что в случае рассеяния на виртуальной частице соотношение (10) применимо в области  $Q^2 \rightarrow \infty$  с поправками порядка  $o(M^2/Q^2)$ . Для КХД аналогичное соотношение было получено в работах [17], [18].

После выхода работы [15] имелось много противоречивых дискуссий на тему “соотношения взаимности” [71] - [77]. При этом большинство авторов исходило из анализа различных типов диаграмм теории возмущений. Например, в работе [71] было показано, что соотношение (10) нарушается в области  $x \rightarrow 0$  из-за ряда отличий в механизмах реакций ГНР и ИА. В работе [72] были приведены основанные на рассмотрении определенных лестничных диаграмм аргументы в пользу того, что “соотношение взаимности” справедливо лишь в окрестности  $x \sim 1$  при условии, что  $W(x) \sim (1-x)^n$  при  $x \rightarrow 1$ . При этом последние две работы не содержали высших логарифмических поправок теории возмущений.

Аналізу учета нелидирующих логарифмов посвящены обзорные работы [73], [75]. В [76] рассмотрено влияние на “соотношение взаимности” непертурбативных эффектов. Исходя из последних трех работ следует отметить, что соотношение (10) может не выполняться вообще. Поэтому все эти результаты нуждаются в экспериментальном подтверждении.

## Анализ экспериментальных данных

Для удобства представим “соотношение взаимности” в терминах непосредственно измеряемых в эксперименте величин. Выразим связь (10) через функции  $F_2$  и  $\overline{F}_2$ . Эти функции непосредственно связаны с дифференциальными сечениями процессов ГНР и ИА. Известно (см., например [28]), что

$$\frac{d^2\sigma(x, Q^2, E)}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \cdot \frac{F_2(x, Q^2)}{x} \times \\ \times \left\{ 1 - y - \frac{Q^2}{4E^2} + \left(1 - \frac{2m^2}{Q^2}\right) \cdot \frac{y^2 + Q^2/E^2}{2(1 + R(x, Q^2))} \right\} \quad , \quad (11)$$

где  $\alpha$  – постоянная тонкой структуры,  $E, m$  – начальная энергия (в лаб. системе) и масса налетающего лептона ( $\mu$  или  $e$ ),  $y = \nu/E$ ,  $R = \sigma_L/\sigma_T$  – мера нарушения соотношения Каллана – Гросса [78]. Из формулы (11) величина  $F_2$  может быть выражена через экспериментально измеряемую величину. Для случая аннигиляции аналогичная формула легко получается из представления для сечения, имеющегося в работе [11]:

$$\bar{F}_2(z, q^2) = \left[ \frac{1}{\beta\sigma_h} \frac{d\sigma^{e^+e^- \rightarrow p+X}}{dz} \right] \frac{2\mathcal{R}}{(3 - \beta^2)z^2} = \frac{1}{z} \bar{W}(z, q^2) \quad , \quad (12)$$

$$\mathcal{R} = \frac{\sigma_h}{\sigma_0} \quad , \quad (13)$$

$$\sigma_0 = \sigma_0(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3q^2} \quad , \quad (14)$$

где  $\sigma_h$  – полное сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow$  адроны, а  $z = 1/x = 2pq/|q|^2$ . Тогда соотношение (10) можно представить в виде:

$$F_2(x, q^2) = \frac{2z\mathcal{R}}{3 - \beta^2} \cdot \left[ \frac{1}{\beta\sigma_h} \frac{d\sigma^{e^+e^- \rightarrow p+X}}{dz} \right] = z^3 \bar{F}_2(z, q^2) \quad . \quad (15)$$

Функция  $\beta$  удерживается в данном выражении, чтобы можно было приводить к виду (15) и другие измеряемые величины, хотя обычно полагают  $\beta = 1$ .

Перед анализом экспериментальных данных следует напомнить, что материал по процессу ИА был собран только для нескольких значений  $Q^2$ , т.к. энергия сталкивающихся пучков фиксирована, и приходится брать его с разных ускорителей. К тому же зачастую непросто найти одинаковые значения  $Q^2$  для ГНР и ИА, поэтому в дальнейшем мы используем усредненные значения.

Для наглядности и с целью демонстрации различных тенденций используются интерполяционные функции. Для структурной функции  $F_2(x, Q^2)$  выбрана *MRS*-параметризация [35], а для процесса аннигиляции – широко распространенная параметризация вида

$$\bar{F}_2(z, q^2) = Nz^a(1 - z)^b(1 + cz^d) \quad , \quad (16)$$

где параметры  $N, a, b, c, d$  зависят от  $q^2$  и извлекаются с помощью компьютерного анализа из экспериментальных значений.

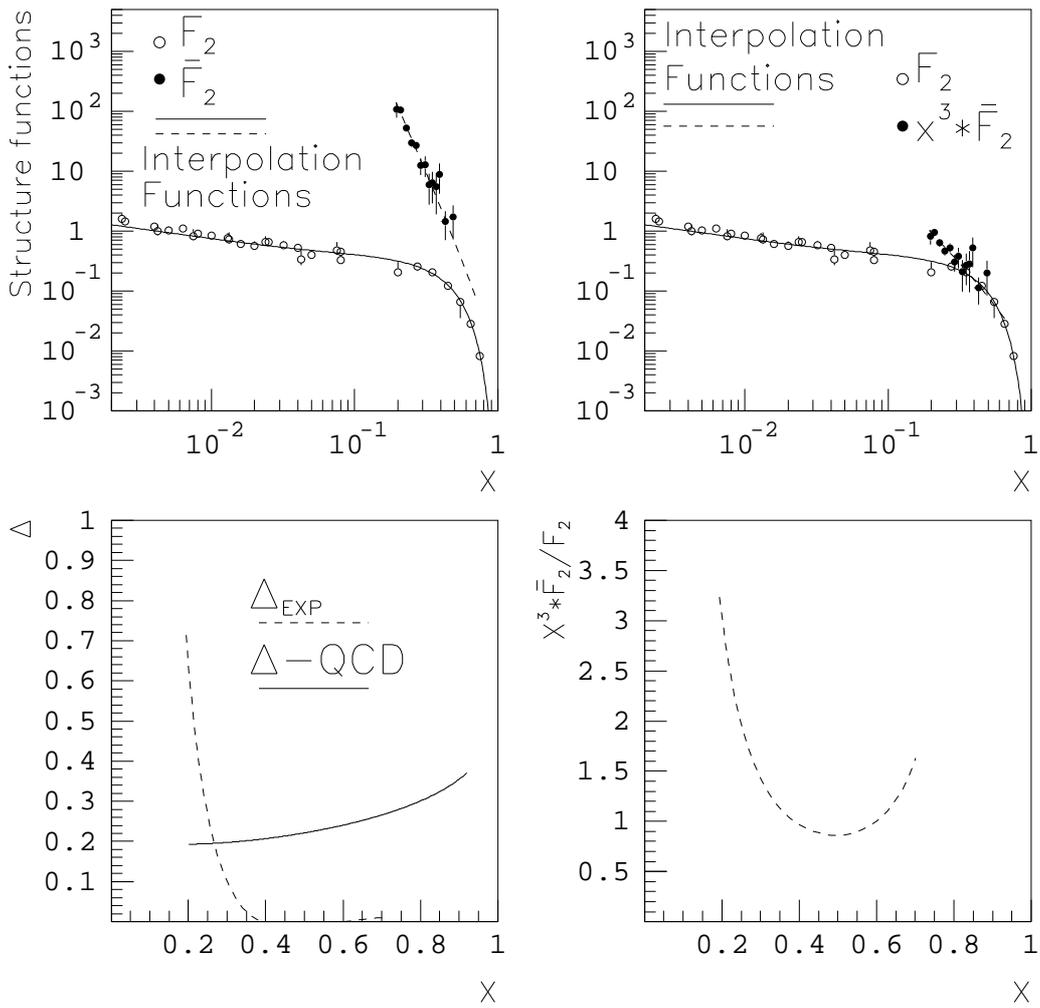


Рис. 5: Экспериментальные данные при  $Q = 9.8$  Гэв.

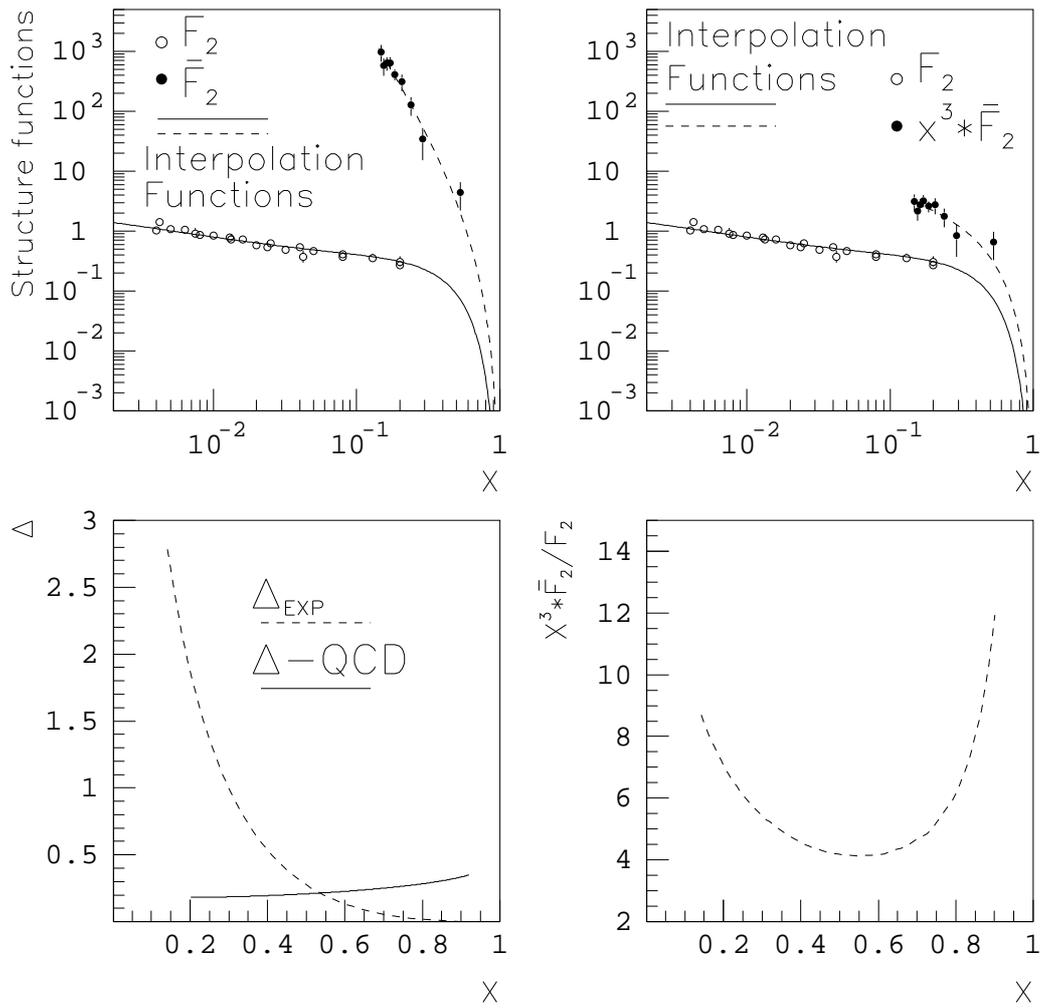


Рис. 6: Экспериментальные данные при  $Q = 14$  Гэв.

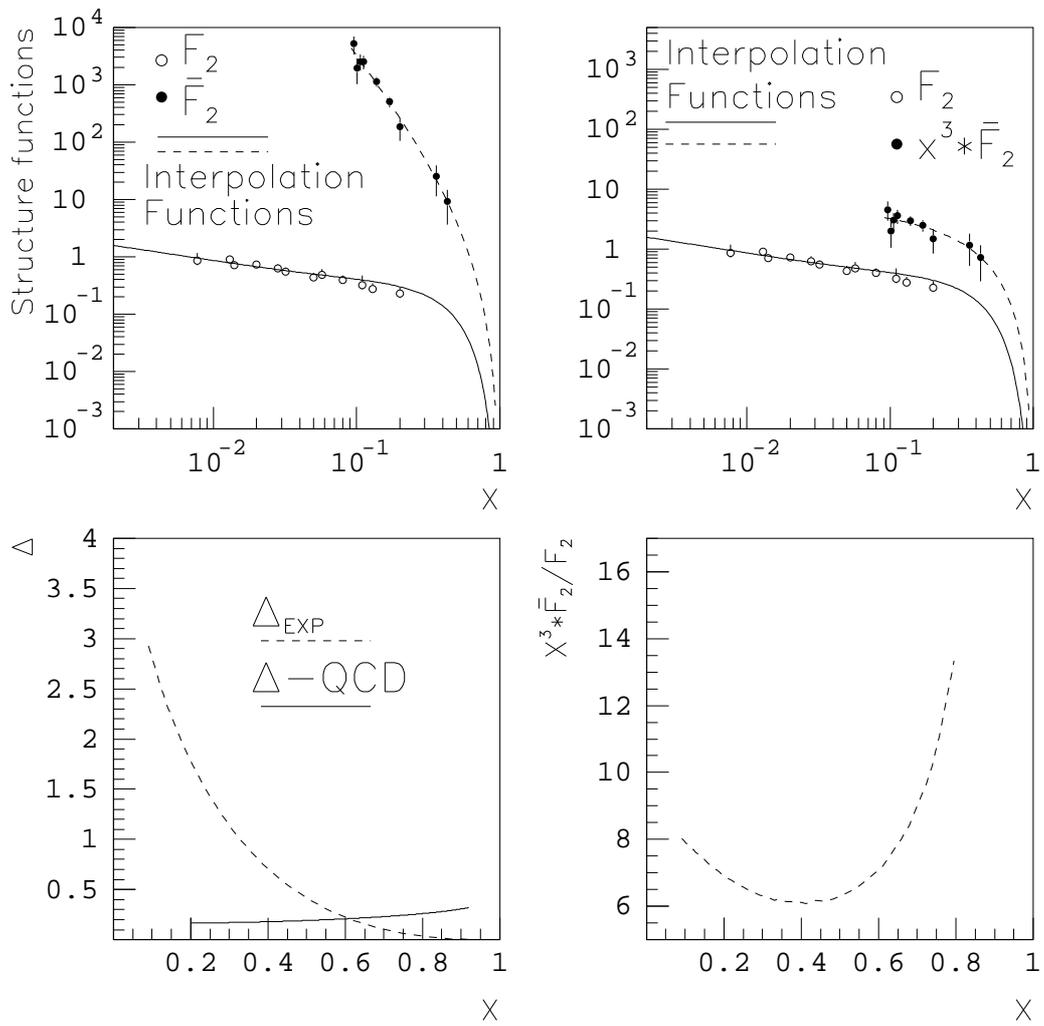


Рис. 7: Экспериментальные данные при  $Q = 22$  ГэВ.

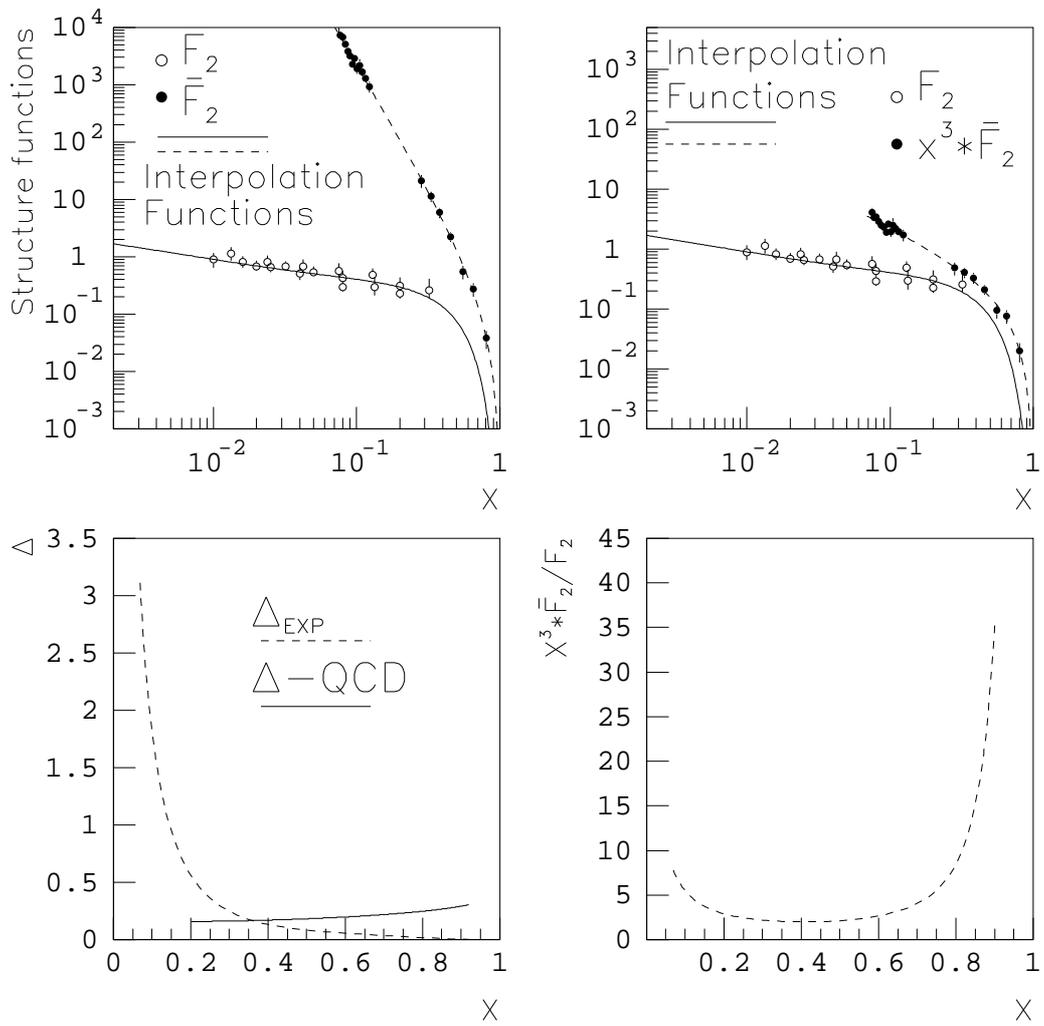


Рис. 8: Экспериментальные данные при  $Q = 29$  Гэв.

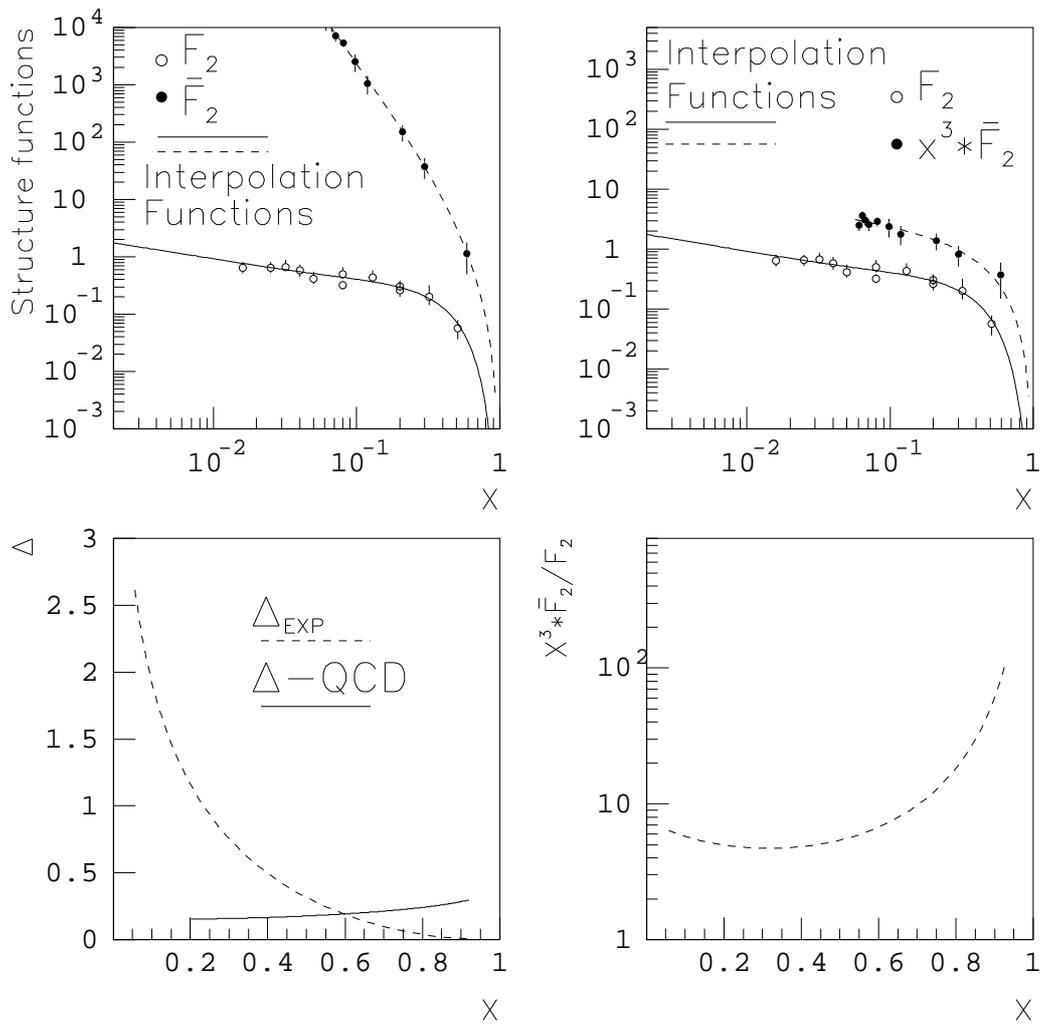


Рис. 9: Экспериментальные данные при  $Q = 34$  Гэв.

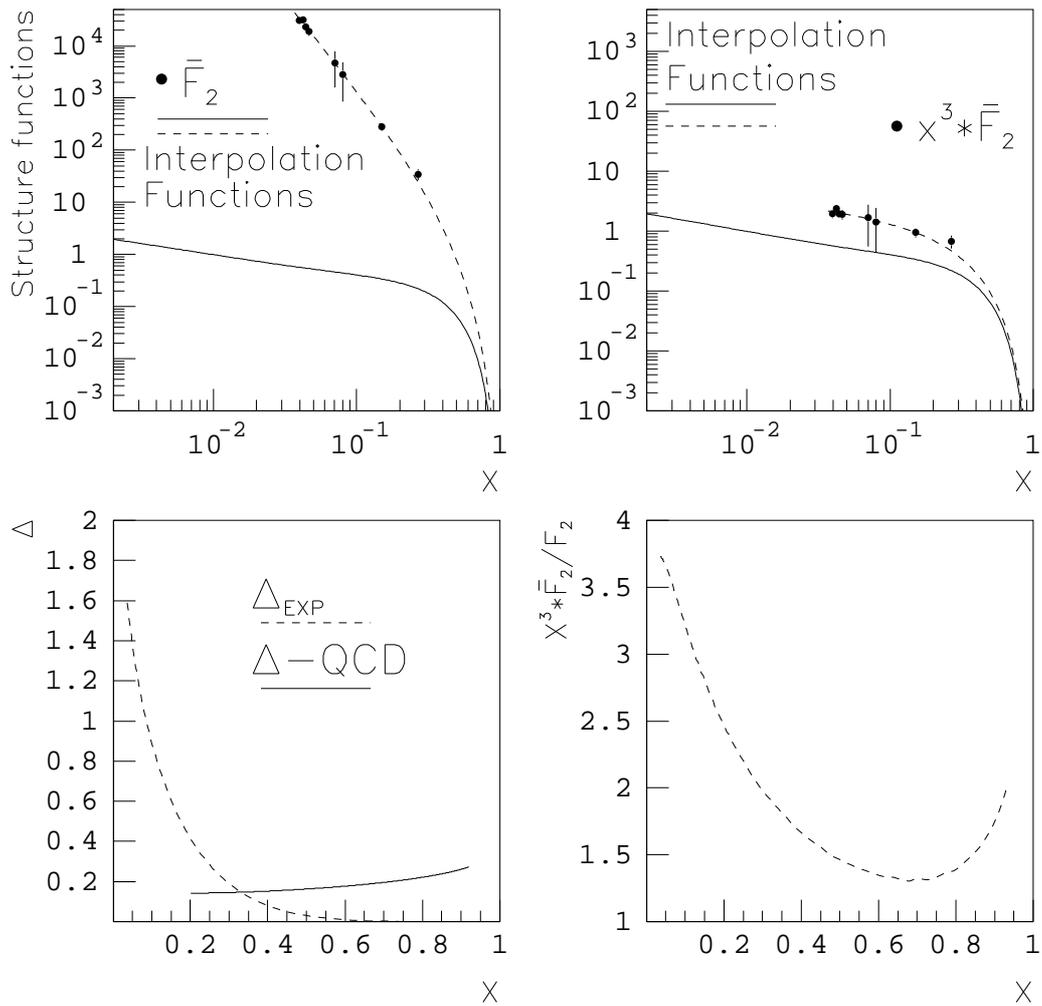


Рис. 10: Экспериментальные данные при  $Q = 58$  Гэв.

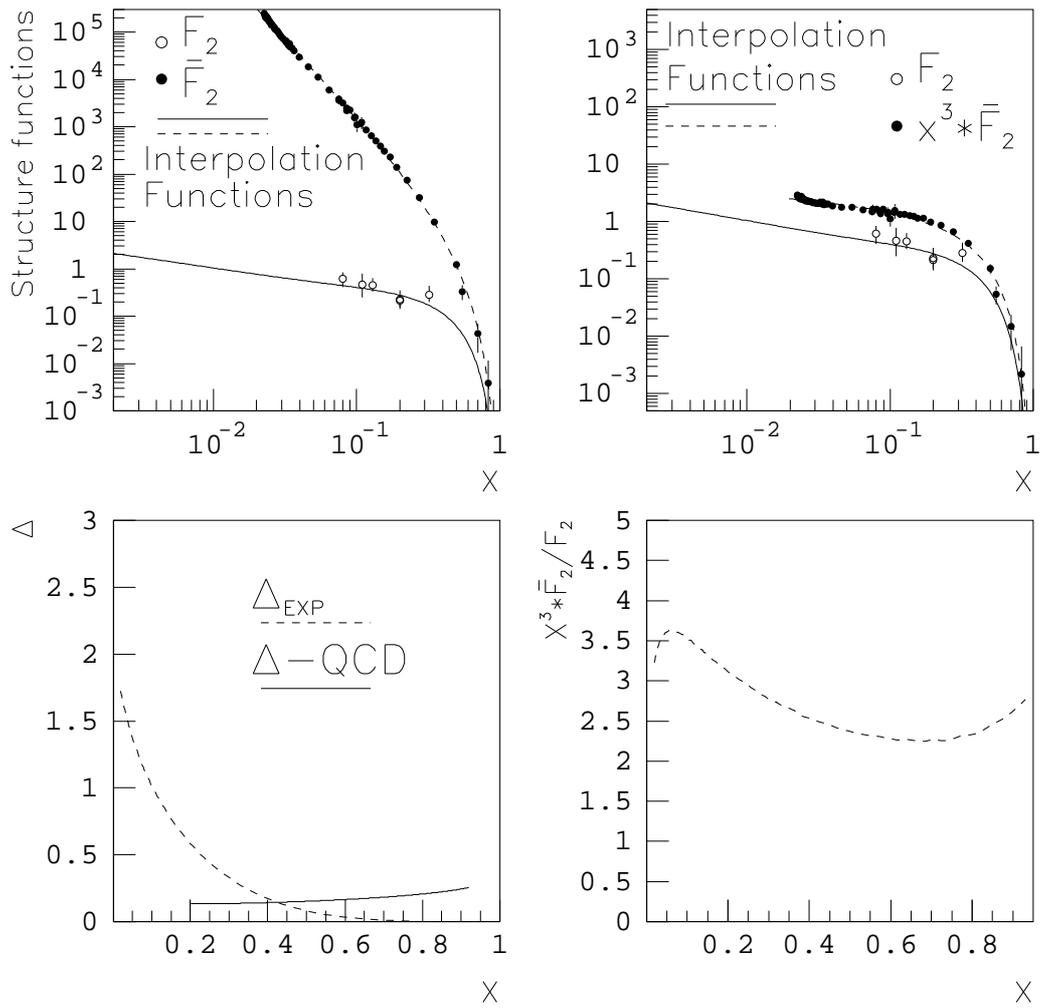


Рис. 11: Экспериментальные данные при  $Q = 91.2$  ГэВ.

Приступим к анализу экспериментальных данных. На левых верхних фрагментах каждого из рисунков 5-11 представлены структурные функции  $F_2$  и  $\bar{F}_2$  процессов ГНР и ИА. На правом верхнем рисунке можно видеть функции, характеризующие “соотношение взаимности”, и которые необходимо непосредственно сравнивать (см. (15)). Там же приведены интерполяционные кривые. Из двух нижних рисунков на левом для сравнения показана разность функций  $\Delta_{EXP} = x^3 \bar{F}_2 - F_2$  (т.е. соответствующих интерполяционных кривых), а также поправка второго логарифмического приближения КХД ( $\Delta$ -QCD) для несинглетной части структурных функций. Последняя легко вычисляется при помощи уравнения эволюции

$$Q^2 \frac{\partial}{\partial Q^2} F_{NS}(x, Q^2) = K_{NS}(x, \alpha_s) \otimes F_{NS}(x, Q^2) \quad , \quad (17)$$

где  $F_{NS} = F_{2,NS}$ ;  $\bar{F}_{2,NS}$  (аналогично для  $K_{NS}$ ), а правая часть (17) имеет следующий смысл:

$$f(x) \otimes g(x) = \int_x^1 \frac{dy}{y} f\left(\frac{x}{y}\right) \cdot g(y) \quad .$$

При этом поправки к ядру этого уравнения  $K_{NS}$  выражаются соотношением (см. [75]):

$$\begin{aligned} \Delta K_{NS,2}(x) &\equiv K_{NS,2}(x) - x \bar{K}_{NS,2}\left(\frac{1}{x}\right) = \\ &= \left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right)^2 \cdot \left\{ -4C_F^2 \left[ (-5 - x + \frac{6}{1-x}) \ln x + \right. \right. \\ &+ (3 + 3x - \frac{4}{1-x}) \ln^2 x + 4 \frac{1+x^2}{1-x} \ln x \ln |1-x| + \\ &\left. \left. + b_0 C_F \left[ -6 \frac{1+x^2}{1-x} \ln x + 7(1+x) - 2\pi^2 \delta(1-x) \right] \right\} \quad , \quad (18) \end{aligned}$$

где  $C_F = 4/3$ ,  $b_0 = 23/3$ . На правом нижнем рисунке изображено отношение функций, входящих в “соотношение взаимности”. В дополнение заметим, что данные при значениях  $\sqrt{Q^2} < 10$  ГэВ можно найти в работе [19].

На рис. 5 представлены данные для  $\sqrt{Q^2} = 9.8$  ГэВ. Следует отметить, что ошибки для аннигиляции значительно превышают случай ГНР, поэтому никаких конкретных подтверждений “соотношения взаимности” мы не имеем. К тому же и интерполяционная кривая имеет тенденцию к росту (прав. ниж. рис.) при больших  $x$ . То же самое можно сказать и о рисунках 6, 7, 9, 10, где нарушение этого соотношения

проявляется более очевидно. Кроме того КХД-поправка близка к интерполяционной кривой разности лишь в ограниченной области по  $x$ . Более информативным в отношении ошибок и количества точек является рис. 8, где тоже хорошо просматривается расхождение предсказаний с экспериментом. На рис. 10 для ГНР представлена только интерполяционная кривая, однако мы знаем, что зависимость  $F_2$  от  $Q^2$  слабая, а кривая отвечает значению  $\sqrt{Q^2} = 58$  ГэВ, следовательно ошибки ожидаются не слишком большими (по крайней мере в области малых  $x$ ). Большой интерес представляют данные с LEP при  $\sqrt{Q^2} = 91.2$  ГэВ (рис. 11). Здесь уже с очень большой вероятностью можно утверждать, что соотношение (10) не выполняется при всех  $x$ .

В некоторых работах [77] авторы пытались объяснить причины нарушения рассматриваемого соотношения и одновременно получить некую улучшенную связь. В частности, в той же работе [77] было показано, что из-за различия в механизмах реакций ГНР и ИА ( в ГНР весь процесс происходит в ограниченной области, в т.н. “мешке”, а в аннигиляции этот “мешок” получается из партонной струи ) появляется фактор порядка  $2 \div 4$ , на который необходимо разделить правую часть соотношения (15) (т.е. интерполяционные значения правых нижних фрагментов рис. 5-11). В связи с этим был сделан вывод о том, что реально измеряемые функции могут отличаться от тех, что фигурируют в исходном “соотношении взаимности”. Можно согласиться с последним утверждением; однако, если использовать данные и ввести поправочный коэффициент, то заметных улучшений в области малых  $x$  мы не получим. Что же касается области  $x \rightarrow 1$ , то для  $\sqrt{Q^2} = 91.2$  ГэВ можно отметить некоторое согласие, но утверждать что-либо определенное мы не можем.

Таким образом, опираясь на представленный экспериментальный материал, можно сделать следующие выводы:

- **“Соотношение взаимности” не выполняется при всех значениях  $x$ .**
- Имеется некоторая надежда относительно его выполнения при  $x \rightarrow 1$ , если использовать это соотношение с поправкой порядка  $2 \div 4$ , однако такой подход не вполне корректен.

В следующем разделе будет показано, как исходя из общих принципов КТП модифицировать связь (10) и проверить ее экспериментально.

## Анализ модифицированного соотношения.

Как отмечалось выше, в работе [70] было получено соотношение вида (8),(9), которое выполняется при фиксированном  $s$ . Здесь следует уточнить, какие величины, в конечном итоге, мы сравниваем. С этой целью воспользуемся партонной моделью. Исходя из формулы (11) и представления

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \cdot \left[ \sum_{i=1}^{N_f} e_{q_i}^2 (f_{q_i}(x, Q^2) + f_{\bar{q}_i}(x, Q^2)) \right] \cdot \left\{ 1 - y + \frac{y^2}{2} \right\} , \quad (19)$$

получим

$$\frac{F_2}{x} = \sum_{i=1}^{N_f} e_{q_i}^2 (f_{q_i}(x, Q^2) + f_{\bar{q}_i}(x, Q^2)) . \quad (20)$$

Сравнивая последнее выражение с аналогичным для функций фрагментации партонной модели [79], [80] ( $N_C = 3$ )

$$2z\bar{F}_1 \equiv z^2\bar{F}_2 = N_C \sum_{i=1}^{N_f} e_{q_i}^2 [\bar{D}_{q_i}^h(z) + \bar{D}_{\bar{q}_i}^h(z)] \quad (21)$$

и используя выражения (8), (9) для асимптотической связи, видим, что можно воспользоваться следующим соотношением

$$\lim_{Q^2 \rightarrow \infty} \frac{x^3(s, Q^2) \cdot \bar{F}_2(s, Q^2)}{3F_2(s, Q^2)} = 1 \quad (22)$$

при фиксированном  $s$ , т.е. сравнивать функции  $F_2/x$  и  $x^2\bar{F}_2/3$ , когда  $0 < x < 1$ . Эта связь и проверяется экспериментально.

Основная сложность экспериментальной проверки соотношения (22) заключается в том, что из существующих данных для различных  $Q^2$  и  $x$  требуется выделять такие точки, в которых  $s$  принимает одно определенное значение (кривые  $s = const$  на рис. 4). Это требование резко снижает количество подходящих точек. Тем не менее уже накопленных данных оказалось достаточно, и открывается возможность некоторой проверки, если дополнительно воспользоваться еще и интерполяционными кривыми. В этом случае для данных используются простые критерии отбора: для ГНР  $s - M^2 = Q^2(1/x - 1) = const$ , а для ИА  $s - M^2 = Q^2(1 - z) = const$ .

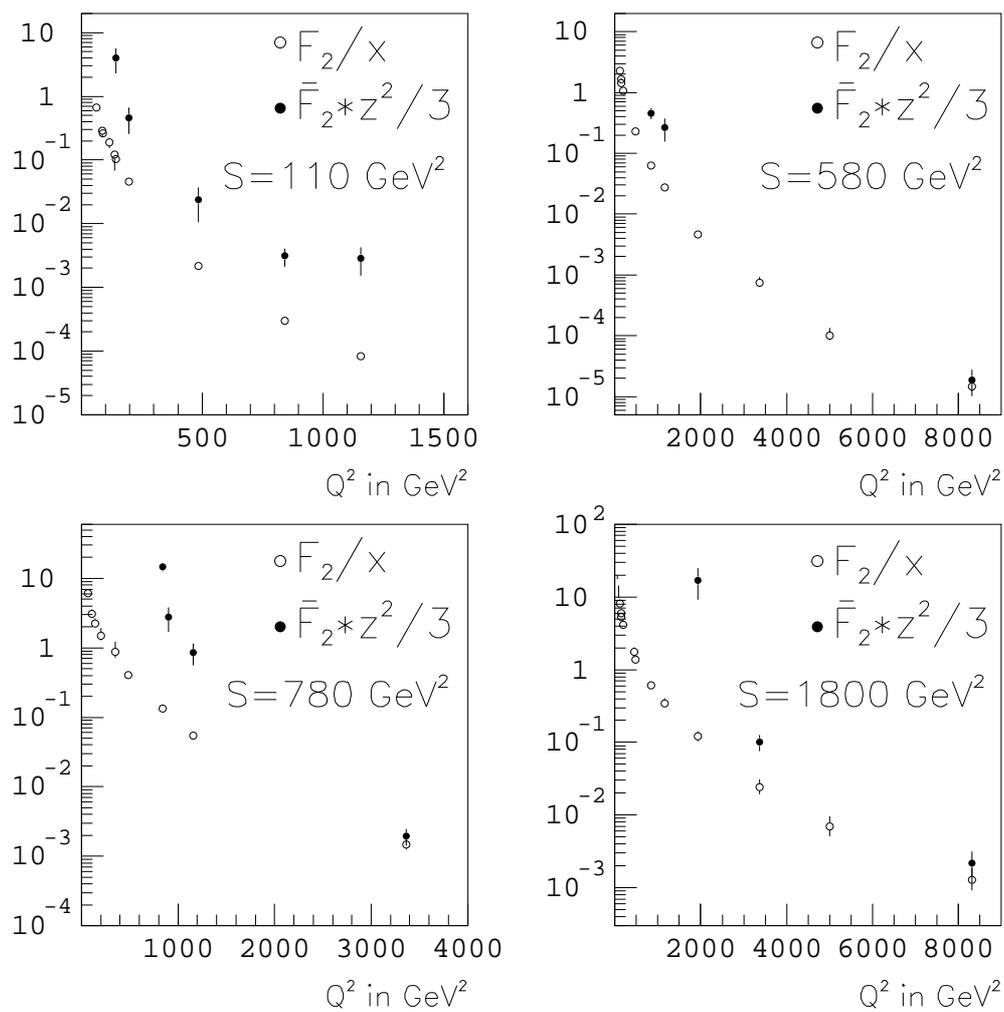


Рис. 12: Экспериментальные данные при фиксированном  $s$ .

Полученные результаты представлены на рис. 12, из которого видно, что при достаточно больших  $Q^2$  можно считать соотношение (22) выполненным. Исключение составляет, пожалуй, только левый верхний рисунок, на котором последняя точка находится существенно выше ожидаемого значения. Однако здесь  $Q^2$  еще недостаточно велико, и если использовать не эту точку, а соответствующую величину с интерполяционной кривой, то получим значение приблизительно в 1.5 раза ниже. Такой результат понятен даже из простых соображений убывания на бесконечности. Основываясь на полученных результатах, следует сделать вывод, что экспериментальные данные не противоречат “модифицированному соотношению взаимности”.

# Глава II. Эффекты, связанные с массами кварков

В этой главе мы исследуем проблему влияния массового масштаба на поведение измеряемых величин в рамках операторного разложения [42]. Объектом исследования являются структурные функции глубоконеупругих процессов  $F_2^Q$  с рождением тяжелых кварков  $Q$  в области фрагментации тока и структурные функции  $F_2^q$ , соответствующие лёгким кваркам  $q$ .

Для дальнейшего удобно вместо измеряемых величин  $F_2^Q$  ( $Q = c, b$ ) определить величины

$$F_2^{Q\bar{Q}} = F_2^Q / e_Q^2 . \quad (23)$$

Аналогично, для легких кварков  $q = u, d, s$ , которые мы везде далее считаем безмассовыми, определим

$$F_2^{q\bar{q}} = F_2^q / e_q^2 . \quad (24)$$

Здесь  $e_{Q(q)}$ —электрические заряды кварков.

Запишем операторное разложение для  $F_2^{Q\bar{Q}}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} F_2^{Q\bar{Q}}(x, Q^2, m_Q^2) &= C_g\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, \frac{m_Q^2}{\mu^2}, \alpha_s(\mu^2)\right) \otimes f_g(\mu^2)[x] + \\ &+ C_Q\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, \frac{m_Q^2}{\mu^2}, \alpha_s(\mu^2)\right) \otimes f_Q(\mu^2)[x] + \\ &+ C_q\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, \frac{m_Q^2}{\mu^2}, \alpha_s(\mu^2)\right) \otimes f_q(\mu^2)[x] . \end{aligned} \quad (25)$$

В формуле (25) величины  $C_i$  есть коэффициентные функции, а  $f_i$ —однонуклонные матричные элементы соответствующих композитных операторов, которые можно отождествить с функциями распределения кварков и глюонов в нуклоне. Наконец,

$\mu$  есть точка перенормировки композитных операторов. Символ  $\otimes$  означает свертку по переменной  $x$

$$a \otimes b[x] = \int_x^1 \frac{dz}{z} a(z) b\left(\frac{x}{z}\right). \quad (26)$$

В (25) мы опустили вклады высших твистов. Для упрощения записи мы далее не будем явно указывать  $\alpha_s$  в коэффициентных функциях.

Хорошо известно, что  $C_i$  и  $f_i$  по отдельности зависят от выбранной схемы перенормировки. Обычно для вычисления коэффициентной функции предпочтение отдается  $\overline{\text{MS}}$ -схеме ввиду большей сложности вычислений в рамках других схем, например схемы MOM.

Однако MOM-схема всё же имеет и свои достоинства. Одно из них – универсальность алгоритма вычисления коэффициентных функций для всех порядков по константе связи  $\alpha_s$ . Преимущества использования схемы с вычитанием для устранения расходимостей в диаграммах с тяжёлыми кварками были отмечены в работе [81], где предложена смешанная, так называемая CWZ-схема перенормировки [82].

Цель настоящей работы – показать, что эффекты, связанные с массой тяжёлого кварка  $m_Q$ , ”выживают” в пределе больших  $Q^2$ . Найдена линейная комбинация структурных функций  $F_2$  и  $F_2^c$ , обладающая масштабнo-инвариантными свойствами, и показано, что этот скейлинг имеет место в различных схемах перенормировки. В работе также вычислена нижняя граница для отношения  $F_2^c/F_2$  как функция  $x$  при фиксированных значениях  $Q^2$ . Полученные результаты сравниваются с экспериментом.

## Асимптотические соотношения между структурными функциями

Нас будет интересовать поведение  $F_2^c$  при больших  $Q^2$  и малых  $x$ . Мы будем предполагать, что в этой области рождение тяжёлых кварков происходит в основном на глюонах, а в эволюцию легких кварков и глюонов тяжёлые кварки не включены.

Тогда можно записать

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} F_2^{Q\bar{Q}}(x, Q^2, m_Q^2) &= C_g\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, \frac{m_Q^2}{\mu^2}\right) \otimes f_g(\mu^2)[x] + \\ &+ C_Q\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, \frac{m_Q^2}{\mu^2}\right) \otimes f_Q(\mu^2)[x]. \end{aligned} \quad (27)$$

Полагая  $\mu^2 = \mu_0^2$ , где  $\Lambda_{\text{КХД}}^2 \ll \mu_0^2 \ll Q^2$ , и пренебрегая ”внутренними чармом” (”бьюти”) в нуклоне, т.е. полагая, что существует масштаб  $\mu_0^2$ , при котором функция распределения тяжёлых кварков пренебрежимо мала по сравнению с функцией распределения глюонов, получаем из (27) соотношение

$$\frac{1}{x} F_2^{Q\bar{Q}}(x, Q^2, m_Q^2) = C_g\left(\frac{Q^2}{\mu_0^2}, \frac{m_Q^2}{\mu_0^2}\right) \otimes f_g(\mu_0^2)[x]. \quad (28)$$

Определим величину

$$\Delta F_2 = F_2^{q\bar{q}}(x, Q^2) - F_2^{Q\bar{Q}}(x, Q^2, m_Q^2). \quad (29)$$

В  $F_2^{q\bar{q}}$  мы пренебрегаем массами лёгких кварков по сравнению с  $m_Q$ . Считая, что при малых  $x$  основной вклад в структурную функцию ГНП без рождения тяжёлого аромата определяется через распределение глюонов, то есть формулой, аналогичной (28), находим

$$\frac{1}{x} \Delta F_2 = \Delta C_g \otimes f_g(\mu_0^2)[x], \quad (30)$$

где

$$\Delta C_g = C_g\left(y, \frac{Q^2}{\mu_0^2}, 0\right) - C_g\left(y, \frac{Q^2}{\mu_0^2}, \frac{m_Q^2}{\mu_0^2}\right). \quad (31)$$

Вычисление глюонной коэффициентной функции в порядке  $O(\alpha_s)$  в MOM-схеме проведено в Приложении А. Используя полученное там выражение, получаем из (31):

$$\begin{aligned} \Delta C_g \simeq \Delta C_g^{(1)}\left(y, \frac{m_Q^2}{\mu_0^2}\right) &= \frac{\alpha_s}{8\pi} \left\{ (y^2 + (1-y)^2) \ln \left[ 1 + \frac{m_Q^2}{\mu_0^2 y(1-y)} \right] - \right. \\ &\left. - \frac{m_Q^2 (1 + 2y(1-y))}{m_Q^2 + \mu_0^2 y(1-y)} \right\}. \end{aligned} \quad (32)$$

Таким образом, величина  $\Delta F_2$  при больших  $Q^2$  стремится к конечному (зависящему лишь от  $x$  и массы тяжёлого кварка) пределу  $\Delta F_2(x, m_Q^2)$ . В Приложении А показано, что этот результат не есть артефакт лишь MOM-схемы, хотя само выражение для величины  $\Delta C_g$  зависит, конечно, от схемы перенормировки.

Исходя из явного выражения для  $\Delta C_g$  (32) нетрудно убедиться, что для  $y \leq 0.1$  (а именно область малых  $y$  важна при изучении поведения структурной функции при  $x \ll 1$ )

$$\Delta C_g > 0. \quad (33)$$

В Приложении Б в МОМ-схеме получено точное выражение для коэффициентной функции  $C_g(y, \frac{Q^2}{\mu^2})$  для безмассового случая в порядке  $\alpha_s$  для произвольных  $Q^2$  и  $\mu^2$ . Из найденных там выражений, в частности, следует, что

$$C_g(y, \frac{Q^2}{\mu_0^2}) \Big|_{Q^2=m_Q^2} > \Delta C_g(y, \frac{m_Q^2}{\mu_0^2}). \quad (34)$$

Тогда из (30), (33), (34) заключаем:

$$F_2^{q\bar{q}}(x, Q^2) \Big|_{Q^2=m_Q^2} > \Delta F_2(x, m_Q^2) > 0. \quad (35)$$

Неравенства (35) будут использованы ниже для получения нижней оценки для отношения двух физических величин  $F_2^c/F_2$ .

## Оценка вклада чарма в структурную функцию

В предыдущем разделе было показано (30),(32), что разность вкладов легких и тяжёлых ароматов в структурные функции ГНП обладает масштабнo-инвариантным свойством при  $Q^2 \rightarrow \infty$ .

Используя этот результат, нетрудно показать, что скейлинговым поведением обладает следующая линейная комбинация измеряемых величин [2]

$$\begin{aligned} \Sigma_\alpha(x, Q^2) &\equiv F_2(x, Q^2) + \alpha F_2^c(x, Q^2, m_c^2) - \\ &- (4\alpha + 11) F_2^b(x, Q^2, m_b^2), \end{aligned} \quad (36)$$

где  $\alpha$  – произвольная константа.

С целью исключить в формуле (36) вклад от b-кварков, выберем  $\alpha = -2.75$ . Тогда мы получаем предсказание, что линейная комбинация

$$\Sigma = F_2 - 2.75 F_2^c \quad (37)$$

должна при  $Q^2 \rightarrow \infty$  стремиться к некоторой функции, зависящей только от бёркеновской переменной  $x$  (и массы тяжёлых кварков).

Используя полученное нами в первом порядке по  $\alpha_s$  явное выражение для  $\Delta C_g$ , находим, что в области  $m_Q^2 \ll Q^2$  указанная разность стремится к своему скейлинговому пределу следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{1}{x}\Sigma &= \frac{1}{9} \left[ 7\Delta C_g^{(1)}\left(\frac{m_c^2}{\mu_0^2}\right) - \Delta C_g^{(1)}\left(\frac{m_b^2}{\mu_0^2}\right) \right] \otimes f_g(\mu_0^2)[x] + \\ &+ \frac{m_b^2 - 7m_c^2}{Q^2} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu_0^2}\right) \cdot h \otimes f_g(\mu_0^2)[x], \end{aligned} \quad (38)$$

где

$$h(y) = \frac{1}{9}y(1-y)[(2-3y)^2 + 3y^2]. \quad (39)$$

Поскольку  $m_b^2 - 7m_c^2 > 0$ , заключаем, что величина поправки в выражении для  $\Sigma(x, Q^2)$  (38) должна стремиться к не зависящему от  $Q^2$  пределу сверху.

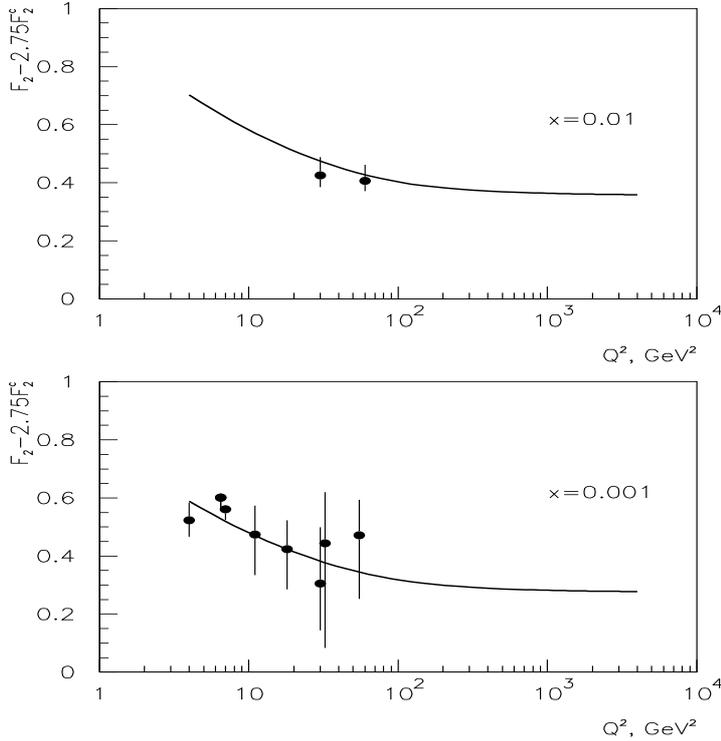


Рис. 13: Зависимость разности структурных функций от  $Q^2$  для двух фиксированных значений  $x$ .

Для сравнения с имеющимися экспериментальными данными, мы выбрали параметризацию для  $F_2^c$ , согласованную с выражением (38) для  $\Sigma(x, Q^2, m_Q^2)$  и провели фитирование данных с коллайдера HERA [37]. Подробности приведены в Приложении В.

На рис. 13 показана зависимость рассматриваемой величины  $\Sigma$  как функции  $Q^2$  для двух выбранных нами значений переменной  $x$ , для которых имеется совокупность экспериментальных точек, полученных при различных  $Q^2$  и при  $x$ , близких к выбранным нами значениям  $x = 0.01$  и  $x = 0.001$ . Как видим, экспериментальные данные находятся в согласии с полученным нами результатом о стремлении линейной комбинации структурных функций к скейлинговому пределу.

Как показано в работе [2], неравенства (35) позволяют получить следующую оценку для отношения измеряемых структурных функций:

$$\frac{F_2^c(x, Q^2)}{F_2(x, Q^2)} > 0.4 \left( 1 - \frac{F_2(x, m_c^2)}{F_2(x, Q^2)} \right). \quad (40)$$

Важно подчеркнуть, что для получения этого неравенства не привлекалась никакая-либо параметризация для  $F_2^c$ , а также что оно не зависит от поведения функции распределения глюонов в нуклоне.

На рис. 14,15 приведены кривые, рассчитанные по формуле (40) для двух значений массы  $c$ -кварка, в сравнении с опубликованными данными коллаборации ZEUS [37]. Несмотря на то, что эти кривые являются нижними оценками для отношения  $F_2^c/F_2$ , они лежат весьма близко к экспериментальным точкам и "поджимают" их снизу.

Наши оценки показывают, что указанные теоретические кривые находятся в хорошем согласии и с новыми предварительными данными коллаборации ZEUS [83], в том числе для максимально измеренного этой коллаборацией значения  $Q^2 = 565 \text{ ГэВ}^2$ .

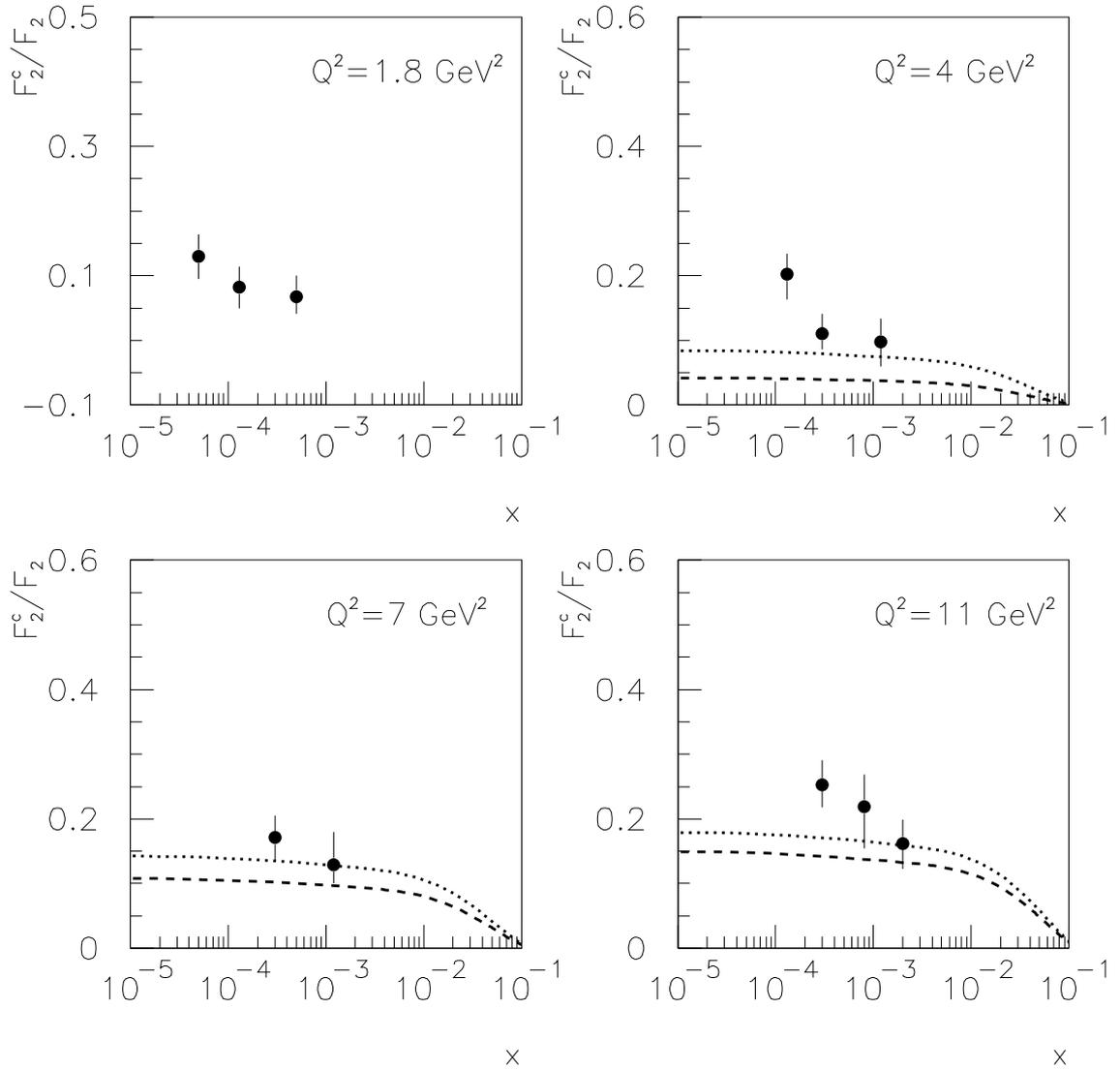


Рис. 14: Отношение  $F_2^c/F_2$  как функция переменной  $x$  при фиксированных значениях  $Q^2$ . Штрихованные кривые есть результат вычислений нижней границы для  $F_2^c/F_2$  для массы  $c$ -кварка  $m_c = 1.7$  ГэВ, точечные кривые – для массы  $m_c = 1.3$  ГэВ. Экспериментальные точки взяты из работы [37]

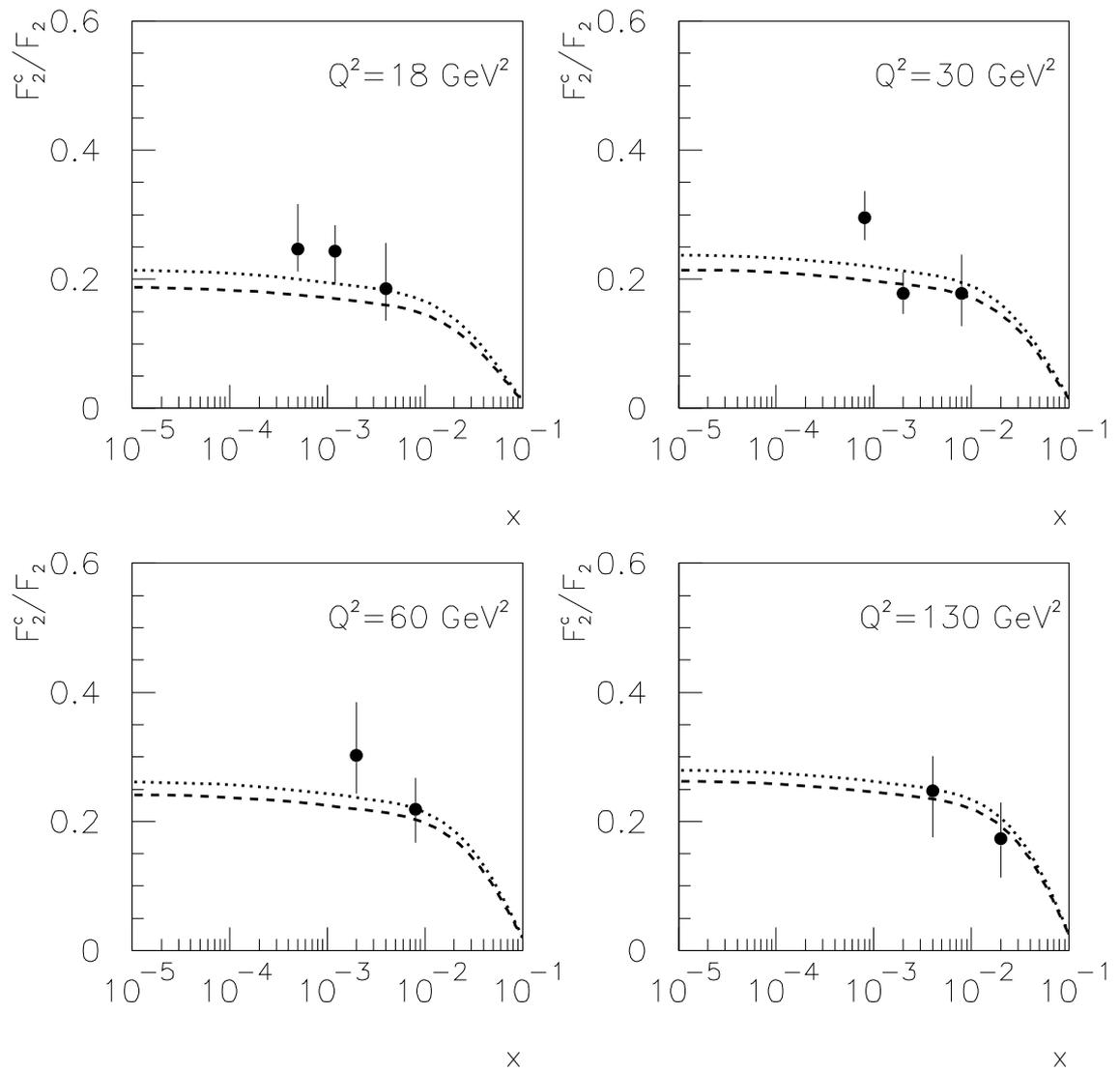


Рис. 15: То же, что на рис. 14, но для других значений переменной  $Q^2$ .

# Глава III. Эксклюзивные двойные дифракционные процессы в адронных столкновениях

Коллаборации будущего адронного ускорителя LHC, а также работающего в США ускорителя Tevatron разрабатывают постановку экспериментов, в которых возможны режимы, включающие одновременно как малые (дифракционные процессы), так и большие (“жесткие” глубоконеупругие процессы) поперечные передачи импульсов. Такие процессы открывают прекрасные возможности наблюдения взаимного влияния двух или нескольких пространственно-временных масштабов [84]. Теоретически “жесткая” часть амплитуд взаимодействия может рассматриваться методами теории возмущений, однако “мягкие” дифракционные процессы таким способом описывать нельзя. Приходится использовать для этого различные феноменологические и полу-феноменологические подходы, такие как редже-эйкональный метод, применяемый в данной работе.

Наиболее ярким примером событий, которые могут быть исследованы только при одновременном включении обоих режимов, являются достаточно редкие ЭДС. В последующих секциях дано описание модели, способов нормировки параметров и предсказания для будущих экспериментов.

# Теоретическая модель и нормировка на данные по ЭРВМ

В данном разделе представлены описание эксклюзивного фоторождения тяжелых векторных мезонов в рамках нашего подхода. При помощи этого исследования получены параметры модели, которые в дальнейшем используются для вычисления сечений ЭДДС. На рис. 16 изображен процесс  $\gamma(q) + p(p) \rightarrow V(p_v) + p(p')$ . Протон-

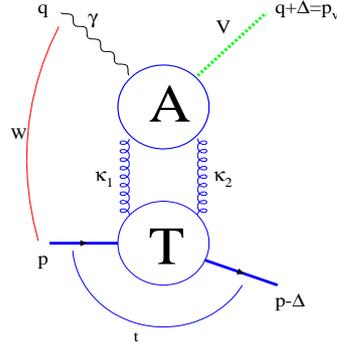


Рис. 16: Диаграмма процесса  $\gamma + p \rightarrow V + p$ .

глюонные амплитуды  $T_i$  вне массовой оболочки на рис. 16 вычисляются методом, развитым в [85]. Краткая характеристика метода и параметров дана в Приложении Г. Указанная модель основана на расширенном редже-эйкональном подходе, в котором достигается довольно хорошее описание данных с адронных коллайдеров [3],[86]. Амплитуда  $A$  процесса  $\gamma(q) + g(\kappa_1) \rightarrow V(p_v) + g(\kappa_2)$  (рис. 17) определяется в нерелятивистском приближении для связанного  $Q\bar{Q}$  состояния (см. [87]-[89] и ссылки в данных

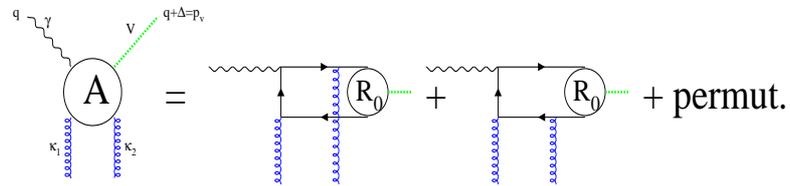


Рис. 17: Диаграмма процесса  $\gamma + g^* \rightarrow V + g^*$

работах):

$$A = \frac{R_{v0}}{\sqrt{16\pi M_v}} Sp \left[ \hat{O}(\hat{p}_v - M_v) \hat{\epsilon}_v \right] \quad (41)$$

$$\hat{O} = ee_Q g^2 \frac{\delta^{ab}}{2\sqrt{3}} \left( \frac{(p_{v\alpha} - 2\kappa_{1\alpha} + \hat{\kappa}_1 \gamma_\alpha) \hat{\epsilon}_\gamma (p_{v\beta} + 2\kappa_{2\beta} - \gamma_\beta \hat{\kappa}_2)}{(-p_v \kappa_1 + \kappa_1^2 + i0)(p_v \kappa_2 + \kappa_2^2 + i0)} + 5 \text{ permut.} \right), \quad (42)$$

где  $p_v^2 = M_v^2$ ,  $e_Q$  – электрический заряд тяжелого кварка,  $R_{v0}$  – абсолютное значение радиальной волновой функции векторного мезона в начале координат,  $\epsilon_{v,\gamma}$  – соответственно вектора поляризации векторного мезона и фотона. Перестановки взяты для всех калибровочных бозонов. Здесь использованы следующие обозначения и представления для 4-векторов:

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \kappa + \frac{\Delta}{2}, \quad \kappa_2 = \kappa - \frac{\Delta}{2}, \quad p = p' + \frac{m_p^2}{s} q', \quad q = q' - \frac{Q^2}{s} p', \\ Q^2 &= -q^2, \quad p^2 = m_p^2, \quad q'^2 = p'^2 = 0, \quad s \simeq 2p'q', \\ \kappa &= \frac{x_v}{2}(\alpha p' + \beta q') + \kappa_\perp, \quad x_v = \frac{M_v^2}{s}, \quad \kappa_\perp^2 = -\vec{\kappa}^2, \quad y = \frac{4\vec{\kappa}^2}{M_v^2}, \quad y' = -\frac{4\kappa^2}{M_v^2}, \\ \Delta &= x_v([1 + y_Q + y_\Delta]p' - y_\Delta q') + \Delta_\perp, \quad y_Q = \frac{Q^2}{M_v^2}, \quad t \simeq \Delta_\perp^2 = -\vec{\Delta}^2, \quad y_\Delta = \frac{\vec{\Delta}^2}{M_v^2}, \\ p_v &= q + \Delta, \quad y_0 = \frac{m_p^2}{M_v^2} \end{aligned} \quad (43)$$

Вектора поляризации фотона и векторного мезона в общем случае ( $Q \neq 0$ ) могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} \epsilon_{\gamma\perp} q = \epsilon_{\gamma 0} q = 0, \quad \epsilon_{\gamma\perp}^2 = -\epsilon_{\gamma 0}^2 = -1, \quad \epsilon_{\gamma 0} = \frac{1}{Q}(q' + x_v y_Q p'), \\ \epsilon_{v\perp} p_v = \epsilon_{v\parallel} p_v = 0, \quad \epsilon_{v\perp} = v_\perp + \frac{2(\vec{v}\vec{\Delta})}{s}(p' - q'), \quad v_\perp^2 = -\vec{v}^2, \\ \epsilon_{v\parallel} = \frac{1}{M_v}(q' - x_v(1 - y_\Delta)p' + \Delta_\perp) \end{aligned} \quad (44)$$

Для амплитуды процесса  $\gamma(q) + p(p) \rightarrow V(p_v) + p(p')$  мы имеем:

$$M = \int \frac{d^4 \kappa}{(2\pi)^4} \frac{1}{(\kappa_1^2 + i0)(\kappa_2^2 + i0)} A^{\alpha\beta, ab} T_{\alpha\beta, ab} \quad (45)$$

$$T_{\alpha\beta, ab} = \delta_{ab} \left( G_{\alpha\beta} - \frac{P_{1\alpha}P_{2\beta}}{P_1P_2} \right) T_{gp \rightarrow gp}^D, \quad (46)$$

$$G_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} - \frac{\kappa_{2\alpha}\kappa_{1\beta}}{\kappa_1\kappa_2}, \quad (47)$$

$$P_1 = p - \frac{p\kappa_1}{\kappa_1\kappa_2}\kappa_2, \quad P_2 = p - \frac{p\kappa_2}{\kappa_1\kappa_2}\kappa_1, \quad (48)$$

В данном подходе амплитуду  $T_{g^*p \rightarrow gp}^D$  можно записать в редже-эйкональной форме (см. Приложение Г) с параметрами траекторий, полученными в [86], где эйкональная функция определяется тремя вакуумными траекториями (померонами с различными свойствами). Из дальнейшего анализа станет ясно, что при малых значениях переменной  $t$  амплитуда  $T_{gp \rightarrow gp}^D$  принимает простую реджевскую форму, в которой ведущий вклад определяется третьим (“жестким”) помероном:

$$T_{gp \rightarrow gp}^D \simeq c_{gp} \left( e^{-i\frac{\pi}{2}} \frac{2p\kappa}{s_0 - \kappa^2} \right)^{\alpha_{P_3}(t)} e^{B_0^{(3)}t}, \quad B_0^{(3)} = \frac{r_{gP_3}^2 + 0.5r_{pP_3}^2}{4}, \quad (49)$$

где  $s_0 \simeq 1$  Гэв – это масштабный параметр модели, который использовался в глобальном описании данных по  $pp(p\bar{p})$  рассеянию [44],[86],  $r_{pP_3}^2$ ,  $\alpha_{P_3}(t) = \alpha_{P_3}(0) + \alpha'_{P_3}(0)t$  определены в Приложении Г,  $r_{gP_3}^2$  и  $c_{gp}$  получаются при помощи процедуры (56)-(61). В обозначениях (43) мы имеем:

$$d^4\kappa = \pi \frac{M_v^4 x_v}{32} d\alpha d\beta dy = -\pi \frac{M_v^4 x_v}{64} \frac{d\alpha}{\alpha} dy' dy \quad (50)$$

В пределе  $Q \rightarrow 0$ ,  $t \rightarrow 0$  “выживает” только амплитуда  $M_{\perp\perp}$ :

$$|M_{\perp\perp}|^2 \simeq K_v^2 I_v(t)^2 c_{gp}^2 \left( \frac{s}{s_0} \right)^{2\alpha_{P_3}(0)} e^{2b_3 t}, \quad (51)$$

$$B_3 = B_0^{(3)} + \alpha'_{P_3}(0) \ln \frac{s}{s_0} \quad (52)$$

$$K_v^2 = \frac{4096\alpha_e\alpha_s^2 e_Q^2 |R_{v0}|^2}{3M_v^3 \pi^4} = \frac{1024\alpha_s^2 \Gamma(V \rightarrow e^+e^-) K_{NLO}}{3M_v \pi^4 \alpha_e}, \quad (53)$$

$$I_v(t) = \int d\alpha dy' \int_0^1 dy \frac{f(\alpha, y, y')}{(\alpha - 1 - y' + i0)(\alpha + 1 + y' - i0)} \cdot \frac{1}{(\alpha y' - y + y' - i0)(\alpha y' + y - y' - i0)} \quad (54)$$

$$f(\alpha, y, y') = \frac{1}{2\alpha^{\alpha_{P_3}(t)-1}} \left[ \frac{\alpha^2 y y'}{(y - y')^2} \right] \left( \frac{y - y'}{2 \left( 1 + \frac{y'}{4y_0} \right)} \right)^{\alpha_{P_3}(t)} \quad (55)$$

Теперь можно определить значения параметров из описания данных по эксклюзивному фоторождению  $J/\Psi$  мезона [90]. Во первых, запишем амплитуду  $M_{\perp\perp}$  в редже-эйкональном представлении с параметрами из Приложения Г и коэффициентом, который соответствует простой модели векторной доминантности (ВДМ):

$$M_{\perp\perp} = \sqrt{\frac{3\Gamma(V \rightarrow e^+e^-)}{\alpha_e M_v}} 4\pi s \int_0^\infty db^2 J_0(b\sqrt{-t}) \frac{e^{2i(\delta_1+\delta_2+\delta_3)} - 1}{2i}, \quad (56)$$

where

$$\delta_i = i \frac{C_{vp}^{(i)}}{s_0} \left( e^{-i\frac{\pi}{2}} \frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_{P_i}(0)-1} \frac{e^{-\frac{b^2}{\rho_i^2}}}{4\pi\rho_i^2}, \quad (57)$$

$$\rho_i^2 = 4\alpha'_{P_i}(0) \ln \left( e^{-i\frac{\pi}{2}} \frac{s}{s_0} \right) + r_{gP_i}^2 + 0.5r_{pP_i}^2$$

В следующем абзаце будет показано, что в нашем случае возможно применение ВДМ совместно с редже-эйкональным подходом (56).

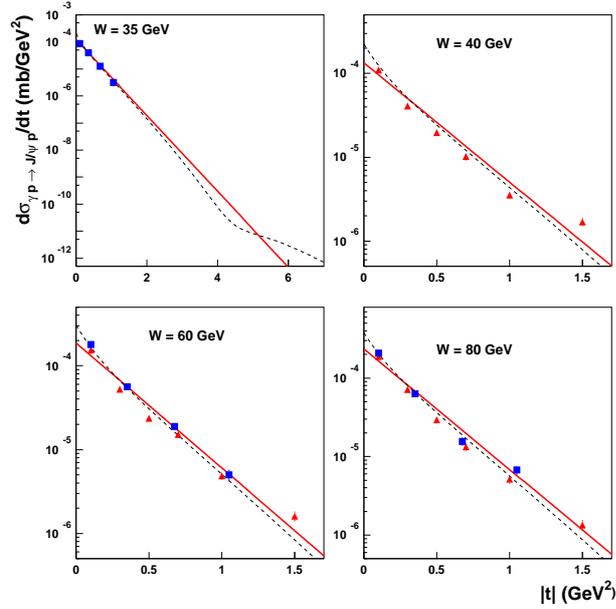


Рис. 18: Дифференциальное сечение процесса  $\gamma + p \rightarrow V + p$  при разных значениях  $W$ . Сплошная линия – борновский член для третьего померона, штриховая – унитаризованный результат.

Результаты использованного описания для  $J/\Psi$  мезона показаны на рисунках 18-21. Как видно из рисунков, главный вклад в сечения дается борновским членом

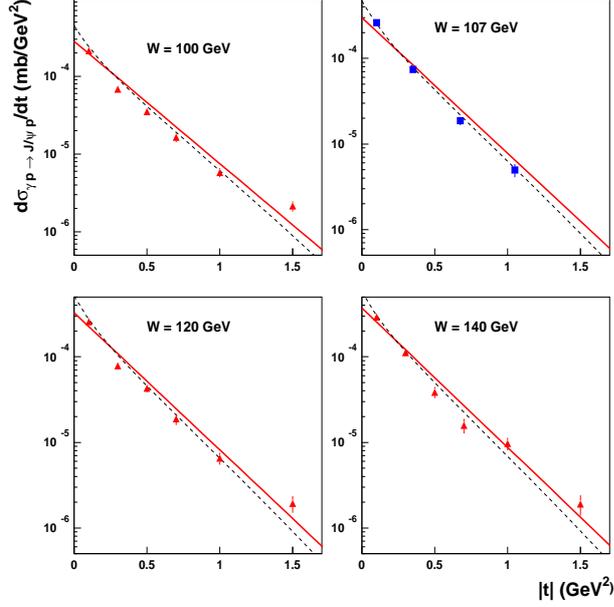


Рис. 19: Дифференциальное сечение процесса  $\gamma + p \rightarrow V + p$  при разных значениях  $W$ . Сплошная линия – борновский член для третьего померона, штриховая – унитаризованный результат.

для третьего померона. Первый “мягкий” померон не дает вклада. Член, соответствующий второму померону, быстро убывает с ростом абсолютного значения переменной  $t$ , и дает вклад меньше, чем 1%, когда  $t \leq -0.2 \text{ ГэВ}^2$ . Численные оценки показывают, что унитарные поправки играют незначительную роль при значениях  $t \simeq t^* = -1/2B_3$ , где величина  $B_3$  определена в (52). Используя указанные факты, мы оставляем в (56) только член с третьим помероном с параметрами

$$r_{gP_3}^2 = 2.54 \pm 0.41 \text{ ГэВ}^{-2}, \quad c_{J/\psi p}^{(3)} = 1.11 \pm 0.07, \quad \chi^2/dof = 1.48 \quad (58)$$

и берем интеграл  $I_v$  в точке  $t = t^*$ . Сейчас мы уже можем оценить параметр  $c_{gp}$  в (51) из сравнения двух выражений для амплитуды  $M_{\perp\perp}$ :

$$c_{gp} = \frac{\sqrt{\frac{3\Gamma(V \rightarrow e^+e^-)}{\alpha_e M_v}}}{K_v I_v(t^*)} c_{vp}^{(3)} = \frac{3\pi^2}{32\alpha_s I_v(t^*) \sqrt{K_{NLO}}} c_{vp}^{(3)}, \quad (59)$$

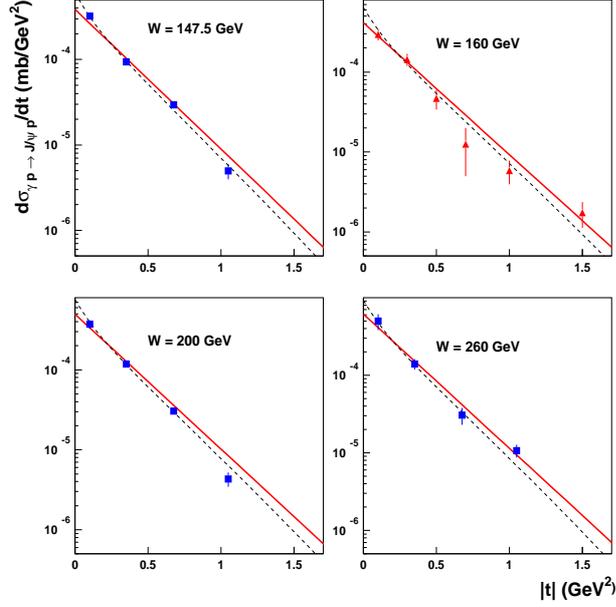


Рис. 20: Дифференциальное сечение процесса  $\gamma + p \rightarrow V + p$  при разных значениях  $W$ . Сплошная линия – борновский член для третьего померона, штриховая – унитаризованный результат.

Взяв для  $J/\Psi$  мезона следующие значения

$$M_{J/\Psi} = 3.1 \text{ ГэВ} , \quad \alpha_s(M_{J/\Psi}^2) = 0.25 , \quad (60)$$

$$I_{J/\Psi}(t^*) \simeq 0.83 , \quad 35 \text{ ГэВ} < W = \sqrt{s} < 260 \text{ ГэВ} ,$$

$$\Gamma(J/\Psi \rightarrow e^+e^-) = 5.26 \pm 0.37 \text{ keV} , \quad K_{NLO} \simeq 2 \text{ (см., например, [91])} ,$$

из (59) получаем:

$$c_{gp} = 3.5 \pm 0.4 \quad (61)$$

Здесь ошибки параметра оценены из неопределенностей в определении величин в (59).

Экспериментальные данные по эксклюзивному фоторождению  $\Upsilon$  [92] дают возможность проверить предсказания модели. Результат коллаборации ZEUS для отношения полных сечений фоторождения  $J/\Psi$  и  $\Upsilon$ :

$$\frac{\sigma_{\gamma p \rightarrow \Upsilon p}}{\sigma_{\gamma p \rightarrow J/\Psi p}} = (4.8 \pm 2.2(\text{stat.})^{+0.7}_{-0.6}(\text{sys.})) \cdot 10^{-3} \quad (62)$$

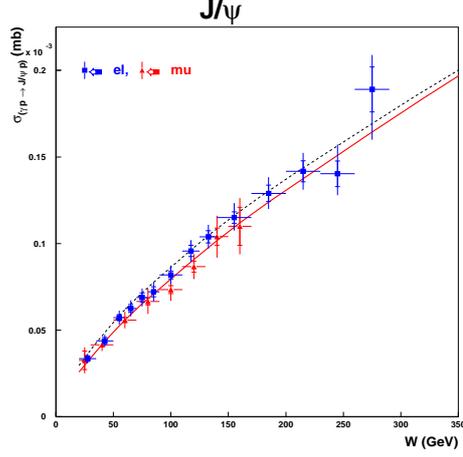


Рис. 21: Полное сечение процесса  $\gamma + p \rightarrow V + p$ . Сплошная линия – борновский член для третьего померона, штриховая – унитаризованный результат.

Если предположить, что параметр  $c_{gp}$  является одним и тем же для обоих процессов, и наклон  $t$ -распределения слабо зависит от энергии, то из формулы (51) можно получить для одного значения энергии  $W$ :

$$\frac{\sigma_{\gamma p \rightarrow \Upsilon p}}{\sigma_{\gamma p \rightarrow J/\Psi p}} \simeq \left[ \frac{\alpha_s(M_\Upsilon^2) I_\Upsilon}{\alpha_s(M_{J/\Psi}^2) I_{J/\Psi}} \right]^2 \frac{\Gamma(\Upsilon \rightarrow e^+e^-) K_{NLO}^\Upsilon M_{J/\Psi}}{\Gamma(J/\Psi \rightarrow e^+e^-) K_{NLO}^{J/\Psi} M_\Upsilon} = (3.1 \pm 1.1) \cdot 10^{-3}, \quad (63)$$

где

$$\Gamma(\Upsilon \rightarrow e^+e^-) = 1.32 \pm 0.04 \pm 0.03 \text{ keV}, \quad (64)$$

$$M_\Upsilon = 9.46 \text{ ГэВ}, \quad \alpha_s(M_\Upsilon^2) \simeq 0.2, \quad I_\Upsilon \simeq 0.21,$$

$$K_{NLO} \sim \frac{1}{1 - \frac{16\alpha_s}{3\pi}} \text{ (см. [91])},$$

а ошибка результата возникает из ошибок параметров в (63). теоретические оценки находятся в согласии с экспериментальным значением (62).

# Модель для ЭДДС

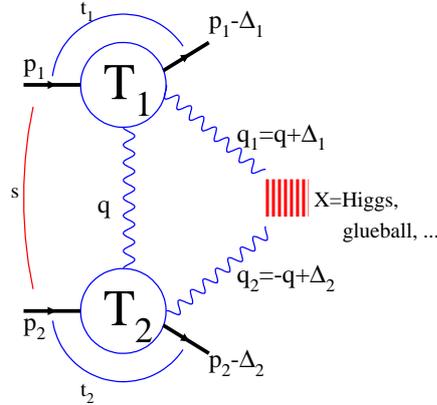


Рис. 22: “Раздетая” амплитуда процесса  $p + p \rightarrow p + X + p$ .

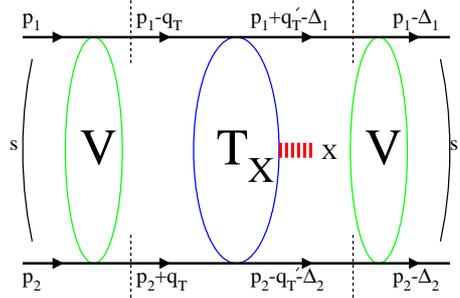


Рис. 23: Унитаризация процесса  $p + p \rightarrow p + X + p$ .

В данном разделе мы приступаем к рассмотрению ЭДДС, то есть процессов вида  $p + p \rightarrow p + X + p$  (см. рис. 22,23). Протон-глюонные амплитуды с одной частицей вне массовой оболочки на рис. 22 вычисляются тем же методом, что был рассмотрен выше и представлен в работе [93], который основан на расширении редже-эйконального подхода и был успешно применен к описанию данных с HERA [3].

Полная амплитуда ЭДДС может быть получена следующим способом. Первым шагом является вычисление “раздетой” амплитуды  $T_X$ , которая нарисована на рисунке 22. “Жесткая” часть этой амплитуды – это обычный процесс слияния глюонов,

который может быть рассчитан методами теории возмущений в стандартной модели (СМ) или ее расширениях. “Мягкие” амплитуды  $T_{1,2}$  получены в редже-эйкональном подходе. Вторым шагом является процедура унитаризации, которая производится как в начальном, так и в конечном состояниях (см. рис. 23).

Кинематика исследуемого процесса, которая соответствует двойному реджевскому пределу, может быть описана следующим образом. Удобно использовать для импульсов частиц представление светового конуса  $(+, -; \perp)$ . Компоненты импульсов адронов, изображенных на рис. 22 могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned}
p_1 &= \left( \sqrt{\frac{s}{2}}, \frac{m^2}{\sqrt{2s}}, \vec{0} \right) \\
p_2 &= \left( \frac{m^2}{\sqrt{2s}}, \sqrt{\frac{s}{2}}, \vec{0} \right) \\
p'_1 &= \left( (1 - \xi_1) \sqrt{\frac{s}{2}}, \frac{\vec{\Delta}_1^2 + m^2}{(1 - \xi_1) \sqrt{2s}}, -\vec{\Delta}_1 \right) \\
p'_2 &= \left( \frac{\vec{\Delta}_2^2 + m^2}{(1 - \xi_2) \sqrt{2s}}, (1 - \xi_2) \sqrt{\frac{s}{2}}, -\vec{\Delta}_2 \right) \\
q &= (q_+, q_-, \vec{q}) , \\
q_1 &= q + p_1 - p'_1 = q + \Delta_1 , \\
q_2 &= -q + p_2 - p'_2 = -q + \Delta_2 ,
\end{aligned} \tag{65}$$

$\xi_{1,2}$  – это доли импульсов протонов, которые передаются глюонам. Из указанных выше обозначений мы можем получить соотношения:

$$\begin{aligned}
t_{1,2} &= \Delta_{1,2}^2 \simeq -\frac{\vec{\Delta}_{1,2}^2(1 + \xi_{1,2}) + \xi_{1,2}^2 m^2}{1 - \xi_{1,2}} \simeq \\
&\simeq -\vec{\Delta}_{1,2}^2, \quad \xi_{1,2} \rightarrow 0 \\
\cos \phi_0 &= \frac{\vec{\Delta}_1 \vec{\Delta}_2}{|\vec{\Delta}_1| |\vec{\Delta}_2|} \\
M_X^2 &\simeq \xi_1 \xi_2 s + t_1 + t_2 - 2\sqrt{t_1 t_2} \cos \phi_0 \\
(p_1 + q)^2 &\simeq m^2 + q^2 + \sqrt{2s} q_- = s_1 \\
(p_2 - q)^2 &\simeq m^2 + q^2 - \sqrt{2s} q_+ = s_2 .
\end{aligned} \tag{66}$$

Физическая область дифракционных событий с двумя промежутками по быстроте

определяется следующими кинематическими обрезаниями:

$$0.01 \text{ ГэВ}^2 \leq |t_{1,2}| \leq 1 \text{ ГэВ}^2 , \quad (67)$$

$$\xi_{min} \simeq \frac{M_X^2}{s\xi_{max}} \leq \xi_{1,2} \leq \xi_{max} = 0.1 , \quad (68)$$

$$(\sqrt{-t_1} - \sqrt{-t_2})^2 \leq \kappa \leq (\sqrt{-t_1} + \sqrt{-t_2})^2 \quad (69)$$

$$\kappa = \xi_1 \xi_2 s - M_X^2 \ll M_X^2$$

Обсуждение выбора обрезаний (67)-(69) для дифракционных событий было дано, например, в работах [59],[47]. Мы можем записать соотношения в терминах  $y_{1,2}$  и  $y_X$  (быстроты адронов и системы  $X$  соответственно). Например:

$$\xi_{1,2} \simeq \frac{M_X}{\sqrt{s}} e^{\pm y_X} , \quad (70)$$

$$|y_X| \leq y_0 = \ln \left( \frac{\sqrt{s} \xi_{max}}{M_X} \right) ,$$

$$y_0 \simeq 2.5 \quad \text{для} \quad \sqrt{s} = 14 \text{ ТэВ} , M_X = O(100 \text{ ГэВ}) ,$$

$$|y_{1,2}| = \frac{1}{2} \ln \frac{(1 - \xi_{1,2})^2 s}{m^2 - t_{1,2}} \geq 9$$

В стандартном подходе “раздетая” амплитуда соответствует так называемой нефакторизованной схеме [59]. Вклад диаграммы, изображенной на рис. 22, получается интегрированием по внутреннему 4-импульсу. В работе [59] было показано, что лидирующий вклад возникает, когда интегрирование проводится по области, где импульс  $q$  является глауберовым, то есть порядка  $(k_+ m^2 / \sqrt{s}, k_- m^2 / \sqrt{s}, \vec{k}m)$ , где величины  $k$  имеют порядок 1. Детальное рассмотрение петлевого интеграла

$$\int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{f(q, p_1, p_2, \Delta_1, \Delta_2)}{(q^2 + i0)(q_1^2 + i0)(q_2^2 + i0)} \quad (71)$$

показывает, что главный вклад определяется вычетами в полюсах

$$q_1^2 = \sqrt{2s} \xi_1 q_- - \vec{q}_1^2 = 0 ,$$

$$q_2^2 = -\sqrt{2s} \xi_2 q_+ - \vec{q}_2^2 = 0 .$$

В этом случае

$$q = \left( -\frac{\vec{q}_2^2}{\xi_2 \sqrt{2s}}, \frac{\vec{q}_1^2}{\xi_1 \sqrt{2s}}, \vec{q} \right) , \quad (72)$$

где

$$\begin{aligned}\vec{q}_1^2 &= \vec{q}^2 + \vec{\Delta}_1^2 + 2|\vec{q}||\vec{\Delta}_1| \cos(\phi + \frac{\phi_0}{2}), \\ \vec{q}_2^2 &= \vec{q}^2 + \vec{\Delta}_2^2 - 2|\vec{q}||\vec{\Delta}_2| \cos(\phi - \frac{\phi_0}{2})\end{aligned}$$

Если взять общую форму для амплитуд  $T$ , которые удовлетворяют условиям

$$q^\alpha T_{\mu\alpha}^D = 0, \quad q_i^\mu T_{\mu\alpha}^D = 0, \quad (73)$$

и пренебечь членами порядка  $o(\xi_i)$ , можно найти следующее выражение при  $|t_i| \leq 1 \text{ ГэВ}^2$ :

$$\begin{aligned}T_{\mu\alpha}^D(p, q, q_i) &= \left( G_{\mu\alpha} - \frac{P_\mu^{q_i} P_\alpha^q}{P^{q_i} P^q} \right) T_{gp \rightarrow gp}^D(s_i, t_i, qq_i) \\ G_{\mu\alpha} &= g_{\mu\alpha} - \frac{q_{i,\mu} q_\alpha}{qq_i}, \\ P_\mu^{q_i} &= p_\mu - \frac{pq_i}{qq_i} q_\mu, \\ P_\alpha^q &= p_\alpha - \frac{pq}{qq_i} q_{i,\alpha}.\end{aligned} \quad (74)$$

Для  $T_{gp \rightarrow gp}^D$  мы используем редже-эйкональное приближение [44, 93]. При малых  $t_i$  амплитуда, как и в случае ЭРВМ, принимает форму борновского члена, то есть реджевского фактора:

$$\begin{aligned}T_{gp \rightarrow gp}^D(s_i, t_i, qq_i) &= c_{gp} \left( e^{-i\frac{\pi}{2}} \frac{s_i - qq_i}{s_0 - qq_i} \right)^{\alpha_P(t_i)} e^{B_0 t_i}, \\ B_0 &= \frac{1}{4} \left( \frac{r_{pp}^2}{2} + r_{gp}^2 \right),\end{aligned} \quad (75)$$

где

$$\begin{aligned}\alpha_P(0) &= 1.203, \quad \alpha'_P(0) = 0.094 \text{ ГэВ}^{-2}, \\ r_{pp}^2 &= 2.477 \text{ ГэВ}^{-2}\end{aligned} \quad (76)$$

являются фиксированными параметрами для “жесткого” померона [44], которые получены из глобального описания данных по  $pp(p\bar{p})$  рассеянию. Параметры

$$c_{gp} \simeq 3.5, \quad r_{gp}^2 = 2.54 \text{ ГэВ}^{-2} \quad (77)$$

определяются фитированием данных по эксклюзивному фоторождению  $J/\Psi$  мезона [90], и даны в предыдущем разделе. Верхний предел на параметр  $c_{gp}^{up} \simeq 2.3(3.3)$  может быть получен также из оценок полных сечений ЭДДС с рождением двух струй на ускорителе TeVatron (см. (111)), если взять обрезания CDF и вычислить полные сечения нашим методом. Эффективное значение параметра  $c_{gp} = 2.3$  соответствует ситуации, когда мы не учитываем явно подавление подобное судаковскому в квантовой электродинамике, связанное с излучением глюонов. Значение  $c_{gp} = 3.3$  получено в предположении, что судаковское подавление точно учтено.

Полная “раздетая” амплитуда выглядит следующим образом:

$$T_{pp \rightarrow pXp} \simeq \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{8F^{\mu\nu}(q_1, q_2) T_{\mu\alpha}^D(p_1, q, q_1) T_{\nu\alpha}^D(p_2, -q, q_2)}{(q^2 + i0)(q_1^2 + i0)(q_2^2 + i0)}, \quad (78)$$

где

$$F^{\mu\nu}(q_1, q_2) = (g^{\mu\nu} - \frac{q_2^\mu q_1^\nu}{M_X^2}) F_{gg \rightarrow X}.$$

Фактор 8 возникает после свертки цветовых индексов. Пусть  $l^2 = -q^2 \simeq \bar{q}^2$ ,  $y_X = 0$ .

Свернем все тензорные индексы, тогда интеграл (78) принимает вид

$$T_{pp \rightarrow pXp} \simeq c_{gp}^2 e^{B(t_1+t_2)} \frac{\pi}{(2\pi)^2} \left( -\frac{s}{M_X^2} \right)^{\alpha_P(0)} \cdot 8F_{gg \rightarrow X} \cdot I, \quad (79)$$

$$B = \alpha'_P(0) \ln \left( \frac{\sqrt{s}}{M_X} \right) + B_0, \quad (80)$$

$$I \simeq \int_0^{M_X^2} \frac{dl^2}{l^4} \left( \frac{l^2}{s_0 + l^2/2} \right)^{2\alpha_P(0)}, \quad (81)$$

где  $s_0 \simeq 1 \text{ ГэВ}^2$  – масштабный параметр модели, который был использован в глобальном фитировании данных по  $pp(p\bar{p})$  рассеянию для амплитуд на массовой оболочке [44]. Он остается фиксированным в данных вычислениях. Унитарные поправки, соответствующие внутренним протон-глюонным амплитудам  $T^D$ , малы (в соответствии с общим анализом работы [93]). Однако “внешние” поправки, соответствующие начальному и конечному состояниям (см. (84)), являются значительными.

Если принять во внимание излучение виртуальных “мягких” глюонов, которые могут заполнить промежутки по быстроте при слиянии двух реальных глюонов, то

это ведет к подавлению, подобному судаковскому [94]:

$$F_s(l^2) = exp \left[ -\frac{3}{2\pi} \int_{l^2}^{M_X^2/4} \frac{dp_T^2}{p_T^2} \alpha_s(p_T^2) \ln \left( \frac{M_X^2}{4p_T^2} \right) \right], \quad (82)$$

и к новому значению интеграла (81):

$$I_s \simeq \int_0^{M_X^2} \frac{dl^2}{l^4} F_s(l^2) \left( \frac{l^2}{s_0 + l^2/2} \right)^{2\alpha_F(0)}. \quad (83)$$

В этом случае полное сечение становится меньше, чем без учета фактора  $F_s$ . Данное обстоятельство играет значительную роль при больших массах системы  $M_X$ .

Унитарные поправки могут быть оценены методом, отображенным на рис. 23, где

$$\begin{aligned} T_X &= T_{pp \rightarrow pXp}, \quad (84) \\ V(s, \vec{q}_T) &= 4s(2\pi)^2 \delta^2(\vec{q}_T) + 4s \int d^2\vec{b} e^{i\vec{q}_T \vec{b}} [e^{i\delta_{pp \rightarrow pp}} - 1], \\ T_X^{Unit.}(p_1, p_2, \Delta_1, \Delta_2) &= \frac{1}{16ss'} \int \frac{d^2\vec{q}_T}{(2\pi)^2} \frac{d^2\vec{q}'_T}{(2\pi)^2} V(s, \vec{q}_T) \cdot \\ &\quad \cdot T_X(p_1 - q_T, p_2 + q_T, \Delta_{1T}, \Delta_{2T}) \cdot V(s', \vec{q}'_T), \\ \Delta_{1T} &= \Delta_1 - q_T - q'_T, \\ \Delta_{2T} &= \Delta_2 + q_T + q'_T, \end{aligned}$$

а  $\delta_{pp \rightarrow pp}$  можно найти в Приложении Г. Амплитуды  $V$  представляют эффекты “мягкого” перерасеяния, то есть многопомеронные обмены. Эти эффекты могут значительно уменьшить интегрированное сечение (см. Приложение Д), а также привести к изменениям в зависимости от азимутального угла  $\phi_0$  между конечными протонами.

## Теоретические оценки сечений для ускорителей TeVatron и LHC

Для дифференциального сечения ЭДДС в случае рождения центральной частицы с массой  $M_X$  мы имеем следующее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt_1 dt_2 d\xi_1 d\xi_2} &= \frac{\pi |T_{pp \rightarrow pXp}^{Unit.}|^2}{8s(2\pi)^5 \sqrt{-\lambda}} \quad (85) \\ \lambda &= \kappa^2 + 2(t_1 + t_2)\kappa + (t_1 - t_2)^2 \leq 0 \end{aligned}$$

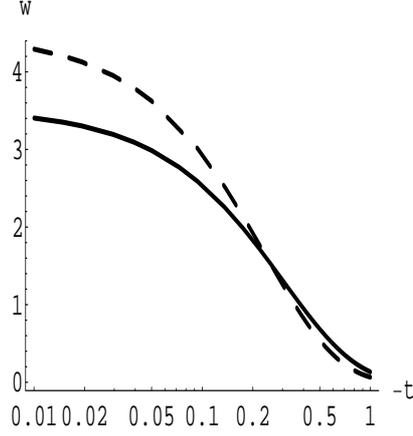


Рис. 24:  $t$ -распределение  $d\sigma/dt/\sigma_{tot}$  процесса  $p + p \rightarrow p + X + p$  для масс системы  $X$  равных 10 Гэв (штриховая кривая) и 500 Гэв (сплошная кривая).

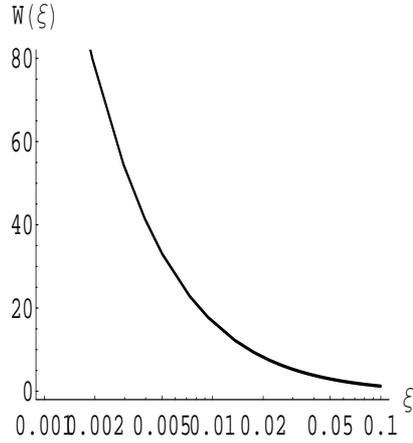


Рис. 25:  $\xi$ -распределение  $d\sigma/d\xi/\sigma_{tot}$  процесса  $p + p \rightarrow p + X + p$  для  $M_X = 100$  Гэв.

Частично проинтегрировав (85), получим распределения по  $t$  и  $\xi$ . Первый результат вычислений представлен на рис. 24. Расширение дифракционного пика с увеличением массы  $M_X$  является прямым следствием существования дополнительного масштаба, который уменьшает радиус взаимодействия. Распределение по  $\xi$  показано на рис. 25.

Можно использовать следующую простую замену для получения сечения ЭДДС:

$$|F_{gg \rightarrow X}|^2 \rightarrow 4\pi M_X \Gamma(X \rightarrow gg) . \quad (86)$$

Возможно упростить вычисления после преобразования (85) к другим перемен-

ным

$$\frac{d\sigma}{dt_1 dt_2 d\phi_0} \simeq \frac{\pi |T_{pp \rightarrow pXp}^{Unit.}|_{y_X=0}^2}{8s^2 (2\pi)^5} \Delta y_X, \quad (87)$$

где  $\Delta y_X = 2y_0$ , а  $\phi_0$  – определенный выше азимутальный угол между конечными протонами.

## Рождение бозона Хиггса в ЭДДС

Для бозона Хиггса СМ имеем [95]

$$F_{gg \rightarrow H}^0 = M_H^2 \frac{\alpha_s}{2\pi} \sqrt{\frac{G_F}{\sqrt{2}}} f(\eta), \quad (88)$$

$$f(\eta) = \frac{1}{\eta} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{\eta} \right) \left[ Li_2 \left( \frac{2}{1 - \sqrt{1 - \frac{1}{\eta}} - i0} \right) + Li_2 \left( \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \frac{1}{\eta}} + i0} \right) \right] \right\},$$

$$|F_{gg \rightarrow H}|^2 \rightarrow 1.5 |F_{gg \rightarrow H}^0|^2, \quad (89)$$

где  $\eta = M_H^2/4m_t^2$ ,  $G_F$  – постоянная Ферми,  $m_t$  – масса топ-кварка. К-фактор второго логарифмического приближения теории возмущений взят равным значению 1.5 для процесса  $gg \rightarrow H$  и включен в конечный результат.

Получаем следующие численные оценки [66]

Таблица 1:

$c_{gp}$	$M_H$ (ГэВ)	$\sigma_{p+p \rightarrow p+H+p}$ (fb)			
		ЛНС		TeVatron	
		без Суд. подавл.	с Суд. подавл.	без Суд. подавл.	с Суд. подавл.
3.5	100 → 500	110 → 57	4.6 → 0.14	12 → 0.4	0.5 → 0.001
2.3	100 → 500	20 → 11	–	2.2 → 0.08	–
3.3	100 → 500	–	<b>3.6 → 0.11</b>	–	0.4 → 0.0009

Мы рассматриваем четыре различных случая только для бозона Хиггса в качестве иллюстрации к действию судаковского подавления. В других примерах мы берем оценку  $c_{gp} = 3.3$  с учетом подавления в соответствии с данными CDF для

получения реальных оценок сечений для ускорителей LHC и TeVatron. В таком случае наш результат оказывается достаточно близко к результату [94], где значение сечения равно 3 фемтобарна. В обоих случаях наиболее важное подавление в области масс  $M_H > 100$  Гэв обусловлено (пертурбативными) судаковскими факторами, а непертурбативные (абсорбционные) поправки играют меньшую роль.

Результаты других авторов рассмотрены достаточно подробно в работе [52]. Здесь мы приведем только пример наиболее высокой оценки для сечения рождения бозона Хиггса в ЭДДС  $0.25 \rightarrow 0.4$  пикобарн для  $M_H = 100$  Гэв при энергиях LHC, которая была получена в [47]. В данной статье были использованы нефакторизованная форма амплитуды и модель, основанная на КХД, для амплитуд  $gp \rightarrow gp$ , причем вводились “непертурбативные” волновые функции протонов. Даже если умножить результат работы [47] на факторы подавления, ответ будет больше, чем наш. Это может говорить о том, что в вычислениях нужно также учитывать возможность непертурбативных эффектов. Наша модель для амплитуд изначально не связана с разложением теории возмущений и нормирована на экспериментальные данные HERA [90] и CDF [6]

Чтобы оценить отношение сигнала к фону для  $b\bar{b}$  распада бозона Хиггса, мы используем стандартное выражение (109) для амплитуды  $gg \rightarrow b\bar{b}$  и предположения [46],[97]:

- возможность отделить конечные струи  $b\bar{b}$  от глюонных струй. Для оценок взято значение вероятности 0.01 принять глюонную струю за кварковую. Соответственно фон, возникающий от двух глюонных струй (108), уменьшается на четыре порядка.
- подавление фона за счет отсутствия конечных несинглетных по цвету состояний  $b\bar{b}$ .
- подавление рождения легких фермионных пар за счет правила отбора  $J_{z,tot} = 0$  (см. также [98], [99])
- обрезание  $E_T > 50$  Гэв ( $\theta \geq 60^\circ$ ), так как сечение ЭДДС с рождением  $b\bar{b}$  струй сильно убывает с ростом  $E_T$  (см. формулу (109)).

Теоретический результат нашей численной оценки

$$\frac{\text{сигнал}(pp \rightarrow pHp \rightarrow pb\bar{b}p)}{\text{фон КХД}} \geq 3.8 \frac{\text{ГэВ}}{\Delta M}, \quad (90)$$

где  $\Delta M$  – это разрешающая способность детектора, которая может достигать  $0.01M_H$  ( $M_H \simeq 115$  ГэВ), если применять “метод недостающей массы”. Похожий результат был строго получен в работах [46], [96].

Таблица 2: Отбор событий для сигнала и фона в ЭДДС с рождением бозона Хиггса стандартной модели.

Процесс X	$E_T > 25$ ГэВ	$100 < M_H < 160$	$b\bar{b}$ дет.	Отбор	$N$ , $100 \text{ фб}^{-1}$ , $114 < M_H < 126$
H	1.94 фб	1.94 фб	0.7 фб	0.14 фб	14
$b\bar{b} + b\bar{b}g$	142 фб	2.55 фб	0.92 фб	0.1 фб	2.6
$gg$	152 пб	9 пб	0.9 фб	0.08 фб	1.8

При использовании быстрого Монте-Карло моделирования, и известных выражений для амплитуд процессов  $gg \rightarrow X$ , где

$$X = b\bar{b}, gg, b\bar{b}g,$$

были получены более точные оценки отношения сигнала к фону. Результаты для бозона Хиггса представлены в табл. 2 для светимости  $100 \text{ фб}^{-1}$ . Эффективность регистрации событий примерно 7%, а значимость события больше  $3\sigma$  (при условии применения “метода недостающих масс” [100]), что близко к значимости в канале распада  $\gamma\gamma$ .

## Рождение тяжелых $0^{++}$ состояний $\chi_{c,b}$ в ЭДДС

Результаты по рождению  $\chi_{c0,b0}$  в ЭДДС были получены недавно несколькими авторами [46], [101] в различных подходах. Чтобы получить полное сечение в рамках

модели, рассмотренной в данной работе, нужно сделать подстановку ширин распада исследуемых состояний в (86).

$$\Gamma(\chi_{b0} \rightarrow gg) \simeq \Gamma_0(\chi_{b0} \rightarrow gg) \left(1 + 9.8 \frac{\alpha_S}{\pi}\right) = 550 \text{ КэВ (подробности см. [46])}, \quad (91)$$

где для ширины распада взят результат расчетов модели на решетках  $\Gamma_0(\chi_{b0} \rightarrow gg) = 354 \text{ КэВ}$  [102]. После нужной замены мы получаем для ускорителей ЛНС и TeVatron:

$$\sigma_{pp \rightarrow p + \chi_{b0} + p} \simeq 1.3 \text{ нб}, \sqrt{s} = 14 \text{ ТэВ}, \text{ (обрезания (67),(68))}, \quad (92)$$

$$\sigma_{pp \rightarrow p + \chi_{b0} + p} \simeq 160 \text{ пб}, \sqrt{s} = 1.8 \text{ ТэВ}, \text{ (обрезания CDF)}, \quad (93)$$

Такие же вычисления могут быть сделаны и для рождения  $\chi_{c0}$ . Взяв полную ширину  $\Gamma(\chi_{c0} \rightarrow gg) \simeq 14.9 \text{ МэВ}$  [103], мы получаем

$$\sigma_{pp \rightarrow p + \chi_{c0} + p} \simeq 4 \text{ мб}, \sqrt{s} = 14 \text{ ТэВ}, \text{ (обрезания (67),(68))}, \quad (94)$$

$$\sigma_{pp \rightarrow p + \chi_{c0} + p} \simeq 600 \text{ нб}, \sqrt{s} = 1.8 \text{ ТэВ}, \text{ (обрезания CDF)}. \quad (95)$$

В связи с тем, что массы рождающихся частиц малы, судаковское подавление гораздо меньше, чем в случае с бозоном Хиггса, соответственно, данный процесс можно наблюдать на работающем ускорителе TeVatron.

## Эффекты дополнительных пространственных измерений в ЭДДС

Открытие частиц, таких как бозон Хиггса, является несомненно фундаментальным, однако не решает один из важнейших вопросов – проблему иерархий между масштабами электро-слабых взаимодействий ( $\sim 246 \text{ ГэВ}$ ) и планковскими масштабами ( $\sim 2.4 \cdot 10^{18} \text{ ГэВ}$ ). В попытке решить данную проблему без помощи суперсимметрии был предложен ряд моделей с дополнительными измерениями пространства-времени.

Такие теории стали объектом пристального изучения с точки зрения возможных экспериментальных следствий.

В настоящее время модель Рэндалла и Сундрума (РС) [104], по-видимому, представляет собой наиболее реалистическую модель теории с дополнительными измерениями, и ее предсказания представляют несомненный интерес для будущих экспериментов. Она основана на точном решении для гравитации, взаимодействующей с двумя мембранами в пятимерном пространстве-времени, причем пятое измерение представляет собой окружность. Метрика этого решения устроена так, что она существенно (экспоненциально) неплоская в дополнительном измерении и эквивалентна плоской на каждой из мембран:

$$ds^2 = e^{-2kr_c\phi} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + r_c^2 d\phi^2, \quad (96)$$

где  $k$  порядка планковской массы,  $x^\mu$  – координаты в 4-хмерном пространстве,  $0 < \phi < \pi$  – координата в дополнительном измерении,  $r_c$  – размер дополнительного измерения.

Интересной особенностью этой модели является наличие новой степени свободы, отвечающей колебаниям мембран относительно друг друга. Эта степень свободы представляет собой безмассовое скалярное поле, получившее название “радион”. Для того, чтобы РС модель стала физически приемлемой, необходимо, чтобы с помощью какого-либо механизма радион приобрел массу. В противном случае наличие безмассового скалярного поля изменяет вид обычного гравитационного взаимодействия на нашей мембране, что полностью исключено экспериментальными данными. Однако экспериментальные данные не исключают того, что масса радиона может быть порядка 100 ГэВ, т.е. радион может быть самой легкой массивной частицей РС модели.

В этом разделе мы рассмотрим процесс смешивания радиона и бозона Хиггса и его влияние на величину сечений ЭДДС. Данный вопрос и его феноменологические следствия рассматривались во многих работах (см., например, [105] и соответствующие ссылки). Смешивание происходит за счет следующего члена в действии:

$$S = -\xi \int d^4x \sqrt{-g_{vis}} R(g_{vis}) H^\dagger H, \quad (97)$$

где скаляр Риччи  $R(g_{vis})$  соответствует индуцированной 4-мерной метрике  $g_{vis}$  на видимой бране, а  $H$  – поле бозона Хиггса.

Действие (97) приводит к следующему лагранжиану смешивания:

$$\mathcal{L} = -6\xi\Omega^2 (\square \ln \Omega + (\nabla \ln \Omega)^2) H^\dagger H, \quad (98)$$

где

$$\Omega = e^{-(\gamma/v)r(x)}, \gamma = v/\Lambda_\phi.$$

Здесь  $v = 246$  Гэв – значение вакуумного ожидания (ЗВО) поля Хиггса, а  $\Lambda_\phi$  – ЗВО поля радиона.

После сдвига  $r \rightarrow r + \Lambda_\phi$  в (98) и диагонализации полученного лагранжиана

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}r [(1 - 6\xi\gamma^2)\square + m_r^2] r - \frac{1}{2}h(\square + m_h^2)h - \frac{6\xi v}{\Lambda_\phi}r\square h \quad (99)$$

мы получаем два массовых собственных состояния, которые могут быть обнаружены экспериментально. Главным механизмом рождения бозона Хиггса и радиона в ЭДДС остается процесс  $gg \rightarrow h^*(r^*)$ . Для вычисления соответствующих сечений нужно сделать следующие замены в выражении для вершины  $gg \rightarrow h$  Стандартной Модели (88):

$$f(\eta) \rightarrow a_{34}f(\eta_{h^*}) + 7\gamma b \text{ для } h^*, \quad (100)$$

$$f(\eta) \rightarrow \gamma(a_{12}f(\eta_{r^*}) + 7a) \text{ для } r^*, \quad (101)$$

где  $\eta_{h^*,r^*} = m_{h^*,r^*}^2/4m_t^2$  и другие параметры получены из формул Приложения А работы [105]:

$$Z^2 = 1 - 6\xi\gamma^2(1 + 6\xi), \tan 2\theta = 12\xi\gamma Z \frac{1}{Z^2 - 36\xi^2\gamma^2 - m_r^2/m_h^2}; \quad (102)$$

$$a = \cos \theta/Z, b = -\sin \theta/Z, c = \sin \theta - 6\xi\gamma/Z, d = \cos \theta + 6\xi\gamma/Z \sin \theta; \quad (103)$$

$$a_{12} = a + c/\gamma, a_{34} = d + b\gamma; \quad (104)$$

$$-(1 + \sqrt{1 + 4/\gamma^2})/12 \leq \xi \leq (\sqrt{1 + 4/\gamma^2} - 1)/12; \quad (105)$$

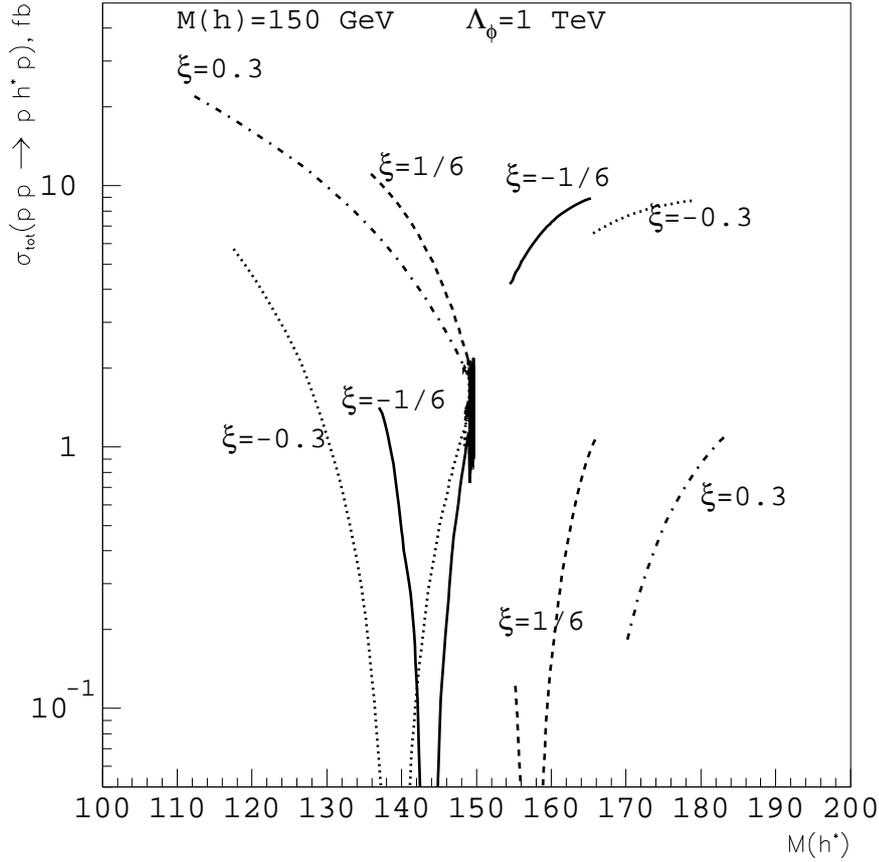


Рис. 26: Полное сечение процесса одиночного рождения бозона Хиггса (в фемтобарнах)  $p+p \rightarrow p+h^*+p$  в зависимости от массы собственного состояния  $h^*$ . Параметры модели указаны.

$$m_{r^*}^2 = c^2 m_h^2 + a^2 m_r^2, \quad (106)$$

$$m_{h^*}^2 = d^2 m_h^2 + b^2 m_r^2;$$

$$r = ar^* + bh^*, \quad (107)$$

$$h = cr^* + dh^*.$$

Результаты для полных сечений в случае  $c_{gp} = 3.3$  с учетом подавления судаковского типа представлены на рисунках 26, 27 при нескольких значениях параметра смешивания  $\xi$  и при  $\Lambda_\phi = 1$  Тэв.

Из рисунков видно, что в случае смешивания полные сечения одиночного рож-

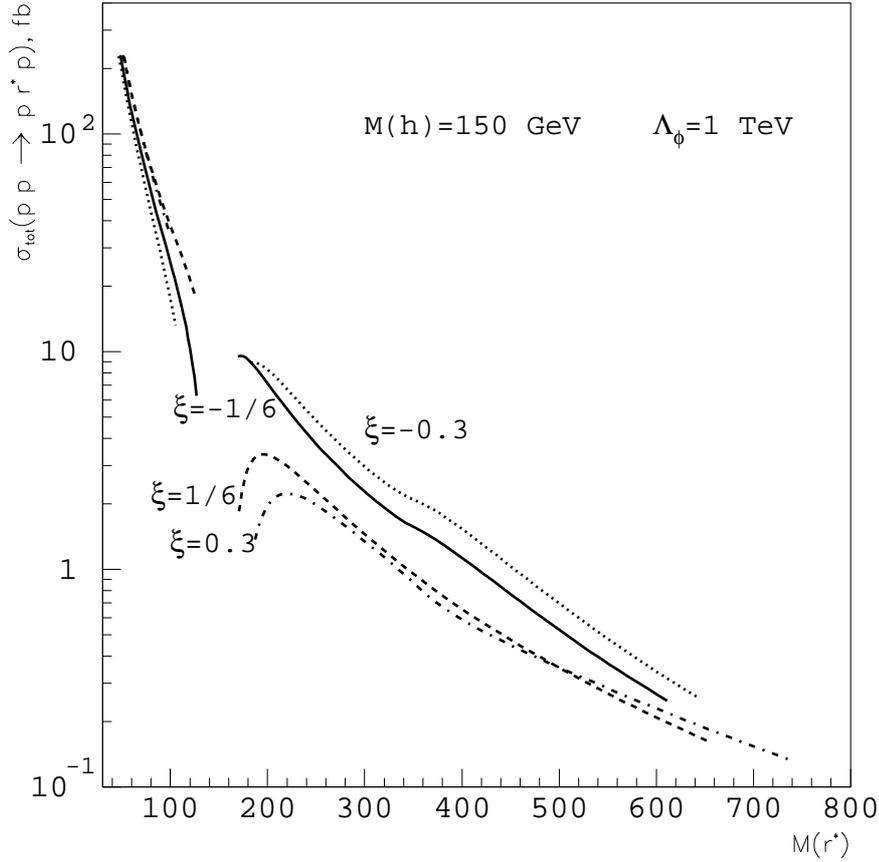


Рис. 27: Полное сечение процесса одиночного рождения Радиона (в фемтобарнах)  $p + p \rightarrow p + r^* + p$  в зависимости от массы собственного состояния  $r^*$ . Параметры модели указаны.

дения Хиггса (радиона) в ЭДДС могут быть на порядок больше по величине, чем в случае бозона Хиггса Стандартной Модели. Больше будет также и значимость событий.

## Рождение двух струй в ЭДДС

Существуют, конечно, некоторая неопределённость в оценках сечений ЭДДС. Параметр  $c_{gp}$ , возникающий в нашей модели, оценивался как из нормировки на данные HERA по ЭРВМ с ошибкой порядка 13%. Ошибки в оценке унитарных поправок тоже дают свой вклад, и могут достигать нескольких процентов. Так как сечения пропорциональны четвёртой степени параметра, результат может измениться в 2 ра-

за по сравнению с имеющимся. Поэтому для уточнения результатов использовались последние данные коллаборации CDF по эксклюзивному рождению двух струй. Однако непосредственно ЭДДС с рождением двух струй не наблюдались, и были даны только верхние границы (см. ниже). То есть наши оценки по сути являются верхними границами для сечений.

Сам по себе двухструйный процесс является уникальным с экспериментальной точки зрения, так как имеет большие сечения и даёт возможность детального исследования глюонных струй.

Для рождения системы двух струй массы  $M_X$  в ЭДДС в лидирующем порядке теории возмущений по  $\alpha_s$  (см., например [59]) мы имеем:

$$|F_{gg \rightarrow X}|^2 \rightarrow \frac{144\pi^2\alpha_s^2 M_X^4}{E_T^4}, X = gg, \quad (108)$$

$$|F_{gg \rightarrow X}|^2 \rightarrow \frac{32\pi^2\alpha_s^2 M_X^2 m_Q^2}{3E_T^4} \beta^2, X = Q\bar{Q}, \beta = \sqrt{1 - 4m_Q^2/M_X^2}, \quad (109)$$

и сечение принимает форму

$$\frac{d\sigma}{dt_1 dt_2 dy_X d\kappa' dE_T^2} \simeq \frac{|T_{pp \rightarrow pj\bar{j}p}^{Unit.}|^2}{2^{13}\pi^5 s^2 \kappa' \sqrt{1 - \kappa'}}, \quad (110)$$

где  $\kappa' = 4E_T^2/M_X^2$ , и  $T_{pp \rightarrow pj\bar{j}p}^{Unit.}$  вычисляется методом, указанным в начале данной главы, с подстановками (108),(109).

Отметим еще раз, что все результаты предсказаний сечений ЭДДС даны для значения параметра  $c_{gp} = 3.3$ , которое получено из верхних оценок на сечения рождения двух струй на ускорителе TeVatron [6]. Сечения и численные оценки  $c_{gp}$  при разных обрезаниях поперечного импульса струй представлены ниже:

$$E_T > 7 \text{ ГэВ}, \quad \sigma < 3.7 \text{ нб}, \quad c_{gp} < 3.3 \quad (111)$$

$$E_T > 10 \text{ ГэВ}, \quad \sigma < 0.97 \pm 0.065 \text{ (стат.)} \pm 0.272 \text{ (сист.) нб}, \quad c_{gp} < 3.4$$

$$E_T > 25 \text{ ГэВ}, \quad \sigma < 34 \pm 5 \text{ (стат.)} \pm 10 \text{ (сист.) пб}, \quad c_{gp} < 4.2.$$

Наименьшее значение параметра в пределах ошибок совпадает со значением, полученным при нормировке на данные по эксклюзивному фоторождению  $J/\Psi$  мезона на

HERA. Это может являться указанием на справедливость нашего модельного описания.

Из аналогичных вычислений для энергии ЛНС с кинематическими обрезаниями (67),(68) мы получаем:

$$E_T > 10 \text{ ГэВ}, \quad \sigma(pp \rightarrow p + jet + jet + p) \simeq 7 \text{ нб} \quad (112)$$

$$E_T > 25 \text{ ГэВ}, \quad \sigma(pp \rightarrow p + jet + jet + p) \simeq 150 \text{ пб}$$

$$E_T > 50 \text{ ГэВ}, \quad \sigma(pp \rightarrow p + jet + jet + p) \simeq 8 \text{ пб.}$$

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе произведено исследование процессов, в которых присутствует два или несколько энергетических масштабов.

В первой главе дано описание возможной связи сечений ГНР и ИА как с точки зрения основных принципов КТП, так и с точки зрения теории возмущений и партонной модели. Приведено экспериментальное исследование так называемого “соотношения взаимности”, которое указывает на несогласованность предсказаний с экспериментальными данными. Предложено новое асимптотическое соотношение, которое также проверено экспериментально в доступной области измеренных переменных. Проверка показала его выполнение при достаточно больших значениях  $Q^2$ .

В главе 2 настоящей работы метод операторного разложения использован для анализа эффектов в ГНП, связанных с массами кварков. Путём вычислений в первом порядке по константе связи в различных схемах перенормировки показано, что в ГНП имеет место новый скейлинг. А именно: определённая линейная комбинация структурной функции ГНП и структурной функции ГНП с открытым рождением чарма является масштабно-инвариантной величиной в пределе больших значений квадрата переданного импульса  $Q^2$ .

Показано также, что этот специфический скейлинг находится в согласии с имеющимися экспериментальными данными по  $F_2^c$  и  $F_2$ , полученными на коллайдере HERA. Мы в данной работе используем результат расчётов в низшем порядке как указание на существование интересного физического явления.

Вычислена также оценка снизу для отношения  $F_2^c/F_2$  как функция переменной  $x$  при фиксированных значениях  $Q^2$ , не зависящая от формы глюонного распределения в нуклоне. Проведено её сравнение с данными коллаборации ZEUS.

В последующих разделах рассмотрены наиболее интересные с точки зрения взаимодействия масштабов процессы ЭРВМ и ЭДДС. Процесс ЭРВМ использован для нормировки параметров модели. Также рассмотрены возможности ЭДДС в адронных столкновениях для фундаментальных физических исследований на существующих и будущих ускорителях.

Основные результаты работы можно перечислить следующим образом:

- Исследованы фундаментальные соотношения между процессами ГНР и ИА с точки зрения экспериментальных данных. Обнаружено расхождение существующих предсказаний с данными по ГНР и ИА. Предложено и проверено экспериментально новое асимптотическое соотношение.
- В рамках операторного разложения и различных схем перенормировки получено соотношение между структурными функциями с рождением тяжелых ароматов. Соотношение подтверждено экспериментальными данными.
- Произведено расширение редже-эйкональной модели для частиц вне массовой оболочки на тензорный случай.
- При помощи построенной модели дано описание эксклюзивного фоторождения тяжелых векторных мезонов. Получены параметры модели для дальнейших предсказаний.
- Показано, что модель может быть использована для описания ЭДДС в адронных столкновениях. Совпадение предсказаний для ускорителя TeVatron с численными оценками, полученными коллаборацией CDF, дают основание утверждать применимость данного описания.
- Даны предсказания для большого числа ЭДДС с рождением резонансов и струй. Эти предсказания важны с точки зрения установки и калибровки детекторов ускорителя LHC для постановки фундаментальных экспериментов, к которым относится, в частности, обнаружение бозона Хиггса. Проведено быстрое монте-карло моделирование с оценкой сигнала и фона для данного процесса.

# Приложение

## Приложение А

В настоящем приложении мы вычисляем глюонную коэффициентную функцию  $C_g$  в приближении  $m_Q^2/Q^2 \ll 1$  в первом порядке по  $\alpha_s$ .

Для этой цели выберем в качестве мишени глубоконеупругого процесса глюон с фиксированной виртуальностью  $k^2$  (считая  $-k^2 < 0$ ,  $-k^2/Q^2 \ll 1$ ). Вклад тяжелых ароматов в структурную функцию такого процесса обозначим через  $F_{2,g}^{Q\bar{Q}}$ . По аналогии с (27) запишем операторное разложение для  $F_{2,g}^{Q\bar{Q}}$  в рассматриваемом порядке

$$\frac{1}{x} F_{2,g}^{Q\bar{Q}} = C_g^{(1)} \otimes A_{gg}^{(0)} + C_Q^{(0)} \otimes A_{Qg}^{(1)}, \quad (113)$$

где  $A_{gg}$  ( $A_{Qg}$ ) – матричный элемент соответствующего композитного оператора между одноглюонными состояниями.

Рассмотрим сначала MOM-схему. В ней матричные элементы композитных операторов нормированы следующим образом:

$$A_{Qg}|_{k^2=-\mu^2} = 0, \quad A_{gg}(z)|_{k^2=-\mu^2} = -2\delta(1-z). \quad (114)$$

Для нахождения  $F_{2,g}^{Q\bar{Q}}$  воспользуемся результатами работы [38], где было получено точное выражение для  $F_{2,g}^{Q\bar{Q}}$  в порядке  $O(\alpha_s)$ . Имеем:

$$\frac{1}{y} F_{2,g}^{Q\bar{Q}} = -g_{\alpha\beta} F_{\alpha\beta}, \quad (115)$$

где

$$F_{\alpha\beta} = \frac{\alpha_s}{8\pi} \left( [F_1^{(a)} + F_1^{(b)}] A_{\alpha\beta} + [F_2^{(a)} + F_2^{(b)}] B_{\alpha\beta} \right), \quad (116)$$

$$A_{\alpha\beta} = \left( g_{\alpha\beta} - \frac{k_\alpha k_\beta}{k^2} \right), \quad (117)$$

$$B_{\alpha\beta} = \left( q_\alpha - k_\alpha \frac{qk}{k^2} \right) \left( q_\beta - k_\beta \frac{qk}{k^2} \right) \frac{k^2}{(qk)^2}, \quad (118)$$

Из (115) следует

$$\frac{1}{y} F_{2,g}^{Q\bar{Q}} = -\frac{\alpha_s}{8\pi} (3F_1 - F_2), \quad (119)$$

где

$$F_{1(2)} = F_{1(2)}^{(a)} + F_{1(2)}^{(b)} .$$

Выражения для  $F_{1(2)}$  имеют вид [38]

$$F_1 = F_1^{(a)} + F_1^{(b)} = (y^2 + (1-y)^2) \ln \left[ \frac{Q^2(1-y)}{y(m_Q^2 - k^2y(1-y))} \right] + \quad (120)$$

$$+ \frac{m_Q^2}{m_Q^2 - k^2y(1-y)} - 2 + 6y(1-y) ,$$

$$F_2 = F_2^{(a)} + F_2^{(b)} = (y^2 + (1-y)^2) \ln \left[ \frac{Q^2(1-y)}{y(m_Q^2 - k^2y(1-y))} \right] + \quad (121)$$

$$+ \frac{m_Q^2(1-2y)^2}{m_Q^2 - k^2y(1-y)} - 2 + 6y(1-y) ,$$

где  $k, q$  – импульсы глюона и виртуального фотона, соответственно,  $q^2 = -Q^2$ ,  $y \simeq Q^2/2kq \simeq Q^2/(W + Q^2)$ ,  $W = (q + k)^2$ . Из (119)-(121) имеем:

$$\frac{1}{y} F_{2,g}^{Q\bar{Q}} = -\frac{\alpha_s}{4\pi} \left\{ (y^2 + (1-y)^2) \ln \left[ \frac{Q^2(1-y)}{y(m_Q^2 - k^2y(1-y))} \right] - \quad (122)$$

$$- 2 + \frac{m_Q^2(1+2y(1-y))}{m_Q^2 - k^2y(1-y)} + 6y(1-y) \right\} .$$

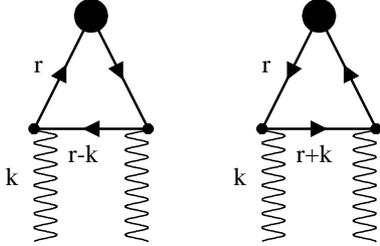


Рис. 28: Диаграммы первого порядка по  $\alpha_s$ , дающие вклад в матричный элемент композитного оператора  $A_{Qg}^{(1)}$ .

Для того, чтобы определить  $C_g^{(1)}$  из соотношения (113), необходимо также вычислить в том же порядке матричный элемент кваркового композитного оператора  $A_{Qg}^{(1)}$ .

Соответствующие диаграммы изображены на рис. 28.

Выбирая аксиальную калибровку

$$d_{\mu\nu}(k, n) = -g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu n_\nu + k_\nu n_\mu}{kn}, \quad (123)$$

где  $n^2 = 0$ , находим

$$\begin{aligned} A_{Qg}^{(1),J} &= -i2\pi\alpha_s \int \frac{d^4r}{(2\pi)^4} \cdot d_{\mu\nu}(k, n) \cdot \left(\frac{rn}{kn}\right)^{J-1} \times \\ &\times \frac{1}{4kn} Sp \left[ \gamma_\mu(\hat{r} + m_Q) \hat{n}(\hat{r} + m_Q) \gamma_\nu(\hat{r} - \hat{k} + m_Q) \right] \times \\ &\times \frac{\delta_+((r-k)^2 - m_Q^2)}{(r^2 - m_Q^2)^2}, \end{aligned} \quad (124)$$

Имеем равенства:

$$\int d^4r f(r^2) \delta_+((r-k)^2 - m_Q^2) r_\mu = \int d^4r f(l^2) y' k_\mu, \quad (125)$$

$$\begin{aligned} &\int d^4r f(r^2) \delta_+((r-k)^2 - m_Q^2) r_\mu r_\nu = \\ &= \int d^4r f(l^2) \left\{ \frac{1}{2} g_{\mu\nu} (m_Q^2 - (1-y')l^2 - y'1 - y')k^2 + y'^2 k_\mu k_\nu \right\}. \end{aligned} \quad (126)$$

С учётом (125),(126) найдём

$$\begin{aligned} &\frac{1}{4kn} Sp \left[ \gamma_\mu(\hat{r} + m_Q) \hat{n}(\hat{r} + m_Q) \gamma_\nu(\hat{r} - \hat{k} + m_Q) \right] = \\ &= g_{\mu\nu}(l^2 + y'k^2) + 4y'r_\mu r_\nu - 2y'(k_\mu r_\nu + k_\nu r_\mu) = \\ &= g_{\mu\nu} (2y'm_Q^2 + (l^2 + y'k^2)((1-y')^2 + y'^2)) - 4y'^2(1-y')k_\mu k_\nu, \end{aligned} \quad (127)$$

где  $y' = rn/kn$ ,  $l^2 = m_Q^2 - r^2$ . В результате равенство (124) принимает вид

$$\begin{aligned} A_{Qg}^{(1),J} &= -i2\pi\alpha_s \int \frac{d^4r}{(2\pi)^4} \cdot y'^{J-1} \cdot \frac{\delta_+(k^2 - l^2 - 2kr)}{l^4} \times \\ &\times (l^2((1-y')^2 + y'^2) + y'(k^2 + 2m_Q^2)) = \\ &= -\frac{\alpha_s}{8\pi} \int_0^1 y'^{J-1} dy' \int_{-k^2 y' + \frac{m_Q^2}{1-y'}}^{\mu^2 y' + \frac{m_Q^2}{1-y'}} \frac{dl^2}{l^4} \times \\ &\times \left( l^2((1-y')^2 + y'^2) + y' \left( \frac{m_Q^2}{y'(1-y')} + 2m_Q^2 \right) \right), \end{aligned} \quad (128)$$

Переходя в  $y$ -пространство, находим

$$\begin{aligned} A_{Qg}^{(1)}(y, m_Q^2, k^2, \mu^2) &= -\frac{\alpha_s}{8\pi} \left\{ ((1-y)^2 + y^2) \ln \left[ \frac{m_Q^2 + \mu^2 y(1-y)}{m_Q^2 - k^2 y(1-y)} \right] + \right. \\ &\left. + m_Q^2(1 + 2y(1-y)) \left( \frac{1}{m_Q^2 - k^2 y(1-y)} - \frac{1}{m_Q^2 + \mu^2 y(1-y)} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (129)$$

Окончательно, из (113), (122), (129), используя то, что  $-A_{gg}^{(0)}(z) = C_Q^{(0)}(z) = 2\delta(1-z)$ , получаем искомое выражение для  $C_g^{(1)}$  в MOM-схеме:

$$\begin{aligned} C_g^{(1),\text{MOM}}(y, Q^2, m_Q^2, \mu^2) &= \\ &= \frac{\alpha_s}{8\pi} \left\{ (y^2 + (1-y)^2) \ln \left[ \frac{Q^2(1-y)}{y(m_Q^2 + \mu^2 y(1-y))} \right] - \right. \\ &\quad \left. -2 + 6y(1-y) + \frac{m_Q^2(1+2y(1-y))}{m_Q^2 + \mu^2 y(1-y)} \right\}. \end{aligned} \quad (130)$$

В пределе  $m_Q \rightarrow 0$  из (130) имеем:

$$C_g^{(1),\text{MOM}}(y, Q^2, 0, \mu^2) = \frac{\alpha_s}{8\pi} \left\{ (y^2 + (1-y)^2) \ln \left[ \frac{Q^2}{\mu^2 y^2} \right] - 2 + 6y(1-y) \right\}. \quad (131)$$

Из формулы (130), (131) следует приведённое в тексте выражение для  $\Delta C_g^{(1),\text{MOM}}$  (32). Величина  $\Delta C_g^{(1),\text{MOM}}$  обладает свойством:

$$\Delta C_g^{(1),\text{MOM}}(y, Q^2, m_Q^2 = 0, \mu^2) = 0. \quad (132)$$

Заметим, что в MOM-схеме коэффициентная функция  $C_g^{(1)}$  может быть найдена без вычисления матричного элемента композитного оператора  $A_{Qg}^{(1)}$ , если известно (как в нашем случае) аналитическое выражение для  $F_{2,g}^{Q\bar{Q}}$ . Из (113), (114) следует, что во всех порядках по  $\alpha_s$

$$C_g^{\text{MOM}}(y, m^2, Q^2, \mu^2) = - \frac{1}{2y} F_{2,g}^{Q\bar{Q}}(y, m_Q^2, Q^2, k^2) \Big|_{k^2 = -\mu^2}, \quad (133)$$

где  $\mu$  есть точка перенормировки композитных операторов. Действительно, привлекая явное выражение для  $F_{2,g}^{Q\bar{Q}}$  из работы [38], мы вновь приходим к выражению (130).

В работе [81] предложена смешанная CWZ-схема перенормировки для случая тяжелых ароматов, основанная на идее работы [82]. Она совпадает с  $\overline{\text{MS}}$ -схемой, когда все партоны рассматриваются как безмассовые, и обеспечивает подавление вкладов от тяжелых кварков в случае, когда массы последних намного превышают масштаб внешних импульсов. В такой схеме для регуляризации диаграмм, содержащих тяжелые кварки, используется схема вычитаний при нулевых импульсах, а для остальных диаграмм —  $\overline{\text{MS}}$ -схема. Для рассматриваемого здесь случая имеем:

$$\begin{aligned} C_g^{(1),\text{CWZ}}(y, Q^2, m_Q^2) &= \frac{\alpha_s}{8\pi} \left\{ (y^2 + (1-y)^2) \ln \left[ \frac{Q^2(1-y)}{m_Q^2 y} \right] - \right. \\ &\quad \left. - 1 + 8y(1-y) \right\}, \end{aligned} \quad (134)$$

Для безмассового случая результат совпадает с известным выражением в  $\overline{\text{MS}}$ -схеме (см., например, [106]):

$$C_g^{(1),\text{CWZ}}(y, Q^2) = \frac{\alpha_s}{8\pi} \left\{ (y^2 + (1-y)^2) \ln \left[ \frac{Q^2(1-y)}{\mu^2 y} \right] - 1 + 8y(1-y) \right\}, \quad (135)$$

Из формулы (134) видно, что  $C_g^{(1),\text{CWZ}}(y, Q^2, m_Q^2)$  не имеет предела при  $m_Q \rightarrow 0$ . Это связано с тем обстоятельством, что масса тяжелого кварка выполняет роль регуляризатора расходимостей. Указанную трудность можно, однако, избежать, если вычитания в  $\text{CWZ}$ -схеме производить не при нулевых значениях импульсов, а в точке  $-\mu^2$ . Вычисляя в таком образом *модифицированной CWZ-схеме* глюонную коэффициентную функцию, мы приходим к выражению, полученному выше в  $\text{MOM}$ -схеме (130), а для величины  $\Delta C_g^{(1),\text{CWZ}}(y, Q^2, m_Q^2, \mu^2)$  имеем формулу

$$\begin{aligned} \Delta C_g^{(1),\text{CWZ}}(y, Q^2, m_Q^2, \mu^2) &= \\ &= \frac{\alpha_s}{8\pi} \left\{ (y^2 + (1-y)^2) \ln \left[ y(1-y) + \frac{m_Q^2}{\mu^2} \right] + \right. \\ &+ \left. \frac{\mu^2 y(1-y)(1+2y(1-y))}{m_Q^2 + \mu^2 y(1-y)} \right\}. \end{aligned} \quad (136)$$

Заметим, что величина  $\Delta C_g^{(1),\text{CWZ}}(y, Q^2, m_Q^2, \mu^2)$  (31) не обращается в ноль при  $m_Q = 0$ , как это имеет место для  $\Delta C_g^{(1),\text{MOM}}(y, Q^2, m_Q^2, \mu^2)$  (132). Это связано с выбором различных процедур перенормировки для безмассовых и массивных кварков. Поэтому мы отдаем предпочтение  $\text{MOM}$ -схеме.

## Приложение Б

Ниже приводятся результаты вычислений глюонной коэффициентной функции  $C_g$  в первом нетривиальном порядке по  $\alpha_s$  при  $m_Q = 0$ . При этом мы исходим из формулы (133) Приложения А и выражения для  $F_{2,g}^{Q\bar{Q}}(y, m_Q^2, Q^2, k^2)$ , найденного в работе [38]. Имеем:

$$C_g^{(1)}(y, Q^2, 0, \mu^2) = \frac{\alpha_s}{16\pi} \left[ 3(F_1^{(a)} + F_1^{(b)}) - (F_2^{(a)} + F_2^{(b)}) \right] \Big|_{k^2 = -\mu^2}, \quad (137)$$

где выражения для  $F_{1(2)}^{(a)}$  и  $F_{1(2)}^{(b)}$  имеют следующий вид:

$$F_1^{(a)} = L \left[ 1 + \frac{1}{4} ((1 - t_2)^2 - 1) \left( 1 + \frac{1}{U^2} \right) \right] - \frac{((1 - t_2)^2 - 1)}{2U^2} - 2, \quad (138)$$

$$F_2^{(a)} = L \left[ 1 + \frac{1}{4} ((1 - t_2)^2 - 1) \left( -1 + \frac{3}{U^2} \right) \right] - \frac{3((1 - t_2)^2 - 1)}{2U^2} - 2, \quad (139)$$

$$F_1^{(b)} = -\frac{3}{2} \left\{ L \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{1}{U^2} \right) [((1 - t_2)^2 - 1) + \frac{1}{U^2} (3((1 - t_2)^2 - 1) + 2(2 + t_1)(2 - t_2))] + \frac{(1 - U^2)((4 - t_2)^2 - 4) + 2((1 - t_2)^2 - 1)}{2U^4} \right\}, \quad (140)$$

$$F_2^{(b)} = -\frac{3}{2} \left\{ L \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{1}{U^2} \right) [ -((1 - t_2)^2 - 1) + \frac{3}{U^2} (3((1 - t_2)^2 - 1) + 2(2 + t_1)(2 - t_2))] + \frac{3(1 - U^2)((4 - t_2)^2 - 4) + 2(3 - 2U^2)((1 - t_2)^2 - 1)}{2U^4} \right\}. \quad (141)$$

В формулах (138)-(141) введены обозначения:

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{-k^2 Q^2}{(kq)^2} = 4y^2(1 - y)^2 \frac{-k^2}{Q^2}, \\ t_2 &= \frac{Q^2}{kq} + \frac{-k^2}{kq} = 2y(1 - y) \left( 1 + \frac{-k^2}{Q^2} \right), \\ U &= \sqrt{1 - t_1}, \\ L &= \frac{1}{U} \ln \left[ \frac{1 + U}{1 - U} \right]. \end{aligned} \quad (142)$$

Подчеркнем, что при вычислениях не делались приближения  $\mu^2/Q^2 \ll 1$ ,  $-k^2/Q^2 \ll 1$ . Другими словами, полученные для безмассового кварка выражения являются точными в данном порядке по константе связи.

## Приложение В

Здесь приведены выбранные параметризации для  $F_2$  и  $F_2^c$ . Для  $F_2$  использована параметризация коллаборации Н1 [36]:

$$F_2(x, Q^2) = \left[ ax^b + cx^d(1 + e\sqrt{x}) \left( \ln Q^2 + f \ln^2 Q^2 + \frac{h}{Q^2} \right) \right] (1-x)^g, \quad (143)$$

с параметрами, определёнными в табл. 3:

Таблица 3:

a	b	c	d	e	f	g	h
3.1	0.76	0.124	-0.188	-2.91	-0.043	3.69	1.4 ГэВ <sup>2</sup>

Для  $F_2^c$  мы выбираем выражение, которое качественно согласовано с асимптотическим поведением величины  $\Sigma = F_2 - 2.75F_2^c$  по переменной  $Q^2$  (38)

$$F_2^c(x, Q^2) = \frac{1}{2.75} F_2(x, Q^2) - \bar{a}x^{\bar{b}}(1-x)^{\bar{g}} \left[ 1 + x^{\bar{c}} \frac{\bar{h}}{Q^2} \ln Q^2 \right], \quad (144)$$

где  $F_2$  определено выше (143). Фитирование данных HERA [37], отвечающих значениям  $6.5 \text{ ГэВ}^2 \leq Q^2 \leq 130 \text{ ГэВ}^2$ , даёт значения параметров, приведённые в табл. 4

Таблица 4:

$\bar{a}$	$\bar{b}$	$\bar{c}$	$\bar{g}$	$\bar{h}$
0.28	0.15	-0.08	5.00	1.86 ГэВ <sup>2</sup>

и  $\chi^2/n.d.f. = 34.6/36 = 0.96$ .

## Приложение Г

Модель, которая используется для амплитуды  $g^*p \rightarrow gp$ , основана на расширении редже-эйконального подхода на процессы с векторными частицами вне массовой оболочки. Ранее такая амплитуда использовалась в скалярном виде [3]. Для процесса  $2 \rightarrow 2$  со всеми частицами на массовой оболочке она дается следующим выражением:

$$T(s, t) = 4\pi s \int db^2 J_0(b\sqrt{-t}) \left[ \frac{e^{2i\delta(s,b)} - 1}{2i} \right], \quad (145)$$

где  $\delta$  – эйкональная функция процесса. Если одна из частиц находится вне массовой оболочки, то применяется следующий прием для построения амплитуды [3]:

$$T^*(s, t, q^2) = \frac{\delta^*(s, t, q^2)}{\delta(s, t)} T(s, t) \quad (146)$$

В случае процесса рассеяния векторной частицы на скалярной нужно использовать тензорное представление для амплитуды. Она строится по аналогии с виртуальным комптоновским рассеянием. Эйкональная функция рассеяния вперед

$$\delta_{\alpha\beta} = \delta_1(s, t) G_{\alpha\beta} + \delta_2(s, t) \frac{P_\alpha P_\beta}{P^2} \quad (147)$$

соответствует простому реджевскому представлению. В эйкональной форме амплитуда выглядит следующим образом:

$$T = T(\delta_1) G_{\alpha\beta} + (T(\delta_1 + \delta_2) - T(\delta_1)) \frac{P_\alpha P_\beta}{P^2}, \quad (148)$$

где

$$G_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{q^2}, \quad P_\alpha = p_\alpha - \frac{pq}{q^2} q_\alpha, \quad (149)$$

$$T(\delta) = \frac{e^{2i\delta} - 1}{2i},$$

а  $q$ ,  $p$  – импульсы векторной и скалярной частицы соответственно. Соотношение Каллана-Гросса в данном случае примет вид

$$T(\delta_1 + \delta_2) = 0. \quad (150)$$

Переход же к амплитуде с одной из частиц вне массовой оболочки запишется как

$$T_{\alpha\beta}^* = \delta_{\alpha\gamma}^* \delta_{\gamma\sigma}^{(-1)} T_{\sigma\beta}, \quad (151)$$

$$\delta_{\gamma\sigma}^{(-1)} \delta_{\sigma\rho} \stackrel{def}{=} G_{\gamma\rho}. \quad (152)$$

Для процесса  $g^*(q) + p(p) \rightarrow g(q_1) + p(p_1)$ , близкого к рассеянию вперед, с учетом соотношения (150), получаются формулы, аналогичные (148), (151), в которых

$$G_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} - \frac{q_1 \alpha q_\beta}{q_1 q}, \quad (153)$$

$$P_\alpha^q = p_\alpha - \frac{pq}{q_1 q} q_1 \alpha,$$

$$P_\alpha^{q_1} = p_\alpha - \frac{pq_1}{q_1 q} q_\alpha,$$

что и приводит к выражениям (46),(49), (74),(75) для амплитуды.

Вид эйкональной функции выбирается согласно модели, рассмотренной в работе [86], аналогичный (57), с заменой параметров  $c_{vp}^{(i)}$ ,  $r_{gP_i}^2$  соответственно на  $c_{pp}^{(i)}$ ,  $0.5r_{pP_i}^2$ . При высоких энергиях вводятся три вакуумные траектории

$$\delta_{pp \rightarrow pp} = \sum_{i=1}^3 \delta_{P_i} \quad (154)$$

Параметры  $\alpha_{P_i}(0)$ ,  $\alpha'_{P_i}(0)$ ,  $r_{pP_i}^2$  получены путем фитирования данных по  $p(\bar{p})+p \rightarrow p(\bar{p})+p$  [86] и остаются фиксированными при описании эксклюзивного фоторождения  $J/\Psi$  мезона:

Таблица 5:

Pomeron <sub>i</sub>	1	2	3
$\alpha_{P_i}(0) - 1$	$0.0578 \pm 0.0020$	$0.1669 \pm 0.0012$	$0.2032 \pm 0.0041$
$\alpha'_{P_i}(0)$ (ГэВ <sup>-2</sup> )	$0.5596 \pm 0.0078$	$0.2733 \pm 0.0056$	$0.0937 \pm 0.0029$
$r_{pP_i}^2$ (ГэВ <sup>-2</sup> )	$6.3096 \pm 0.2522$	$3.1097 \pm 0.1817$	$2.4771 \pm 0.0964$
$c_{pp}^{(i)}$	$53.0 \pm 0.8$	$9.68 \pm 0.16$	$1.67 \pm 0.07$

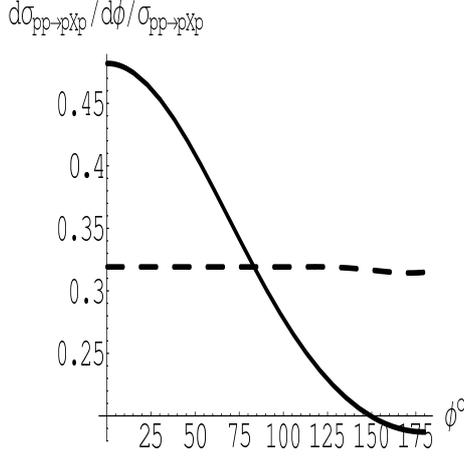


Рис. 29: Азимутальное угловое распределение для  $0^{++}$  состояния с большой массой для энергии LHC.

## Приложение Д

Здесь рассмотрено влияние унитаризации на поведение сечения ЭДДС. Используя формулы (84) и некоторые упрощения, можно оценить поведение амплитуды:

$$T_X^{Unit.} \simeq T_X \left[ \left(1 - \hat{L}(dP_T, s)\right)^2 + \hat{K}(dP_T, s) \right], \quad (155)$$

$$\hat{L} = \frac{1}{4} \int dq_T^2 I_0(2 B_0 dP_T q_T) e^{-2B q_T^2} \hat{V}(q_T, s), \quad (156)$$

$$\hat{K} = \frac{1}{16} \int dq_T^2 dq_T'^2 [I_0(4 B_0 q_T q_T') - 1] e^{-2B_0(q_T^2 + q_T'^2)} \hat{V}(q_T, s) \hat{V}(q_T', s), \quad (157)$$

$$\hat{V}(q_T, s) = \int db^2 \left(1 - e^{-\Omega(b^2, s)}\right) J_0(b q_T), \quad (158)$$

где амплитуда  $T_X$  в общем случае может быть представлена в виде

$$T_X = e^{B_0(t_1+t_2)} A(M_X, s, \phi_0), \quad (159)$$

$B_0$  в случае больших масс  $M_X$  определяется параметрами траектории “жесткого” померона (75),  $\Omega = -i\delta_{pp \rightarrow pp}$ ,  $I_0(x) = J_0(ix)$ ,

$$dP_T^2 = (\Delta_1 - \Delta_2)^2 = |t_1| + |t_2| - 2\sqrt{t_1 t_2} \cos \phi_0. \quad (160)$$

Далее можно оценить распределение по азимутальному углу, которое получается интегрированием сечения (87) по переменным  $t_{1,2}$ . В качестве примера на рисунке

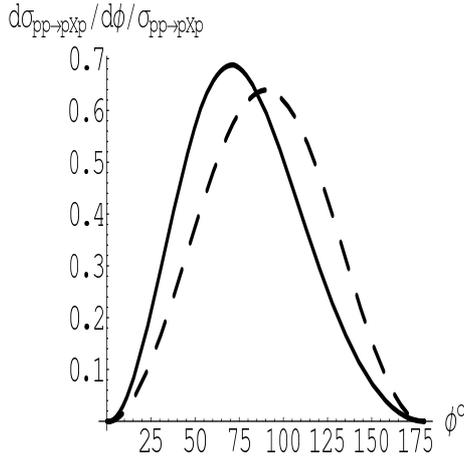


Рис. 30: Азимутальное угловое распределение для  $0^{++}$  состояния с большой массой для энергии ЛНС.

29 показано угловое распределение для  $0^{++}$  состояния с массой  $M_X \gg 1$  Гэв. В данном случае  $A$  в формуле (159) не зависит от  $\phi_0$  и распределение определяется только унитарными поправками. В случае  $0^{++}$  состояния (Рис.30) известная картинка  $\sin^2 \phi_0$  сдвигается за счет поправок в сторону малых углов. Численное исследование данного распределения показывает, что оно очень чувствительно к модели для описания “мягких” процессов перерасеяния, а значит может быть использовано в дальнейших экспериментальных измерениях как анализатор применимости соответствующего подхода.

Величина  $\hat{S}^2$ , равная

$$\hat{S}^2 = \sigma_X^{Unit.} / \sigma_X, \quad (161)$$

то есть так называемая “вероятность выживания”, также может быть численно оценена. Она зависит от кинематических обрезаний, от энергии и от массы центральной системы. К примеру, для энергий ЛНС, обрезаний (67),(68), и массы  $M_X = 100$  Гэв, эта вероятность порядка 5%.

# Литература

- [1] B.R. Webber, *Nucl. Phys. B* **238**, 492 (1984);  
M. Ciafaloni, CERN-TH-3698. Invited talk given at Int. Europhysics Conf. on High Energy Physics, Brighton, England, Jul 20-27, 1983. Published in EPS High Energy Conf.1983:199 (QCD161:E85:1983);  
G. Curci, M. Greco, Y. Srivastava, *Phys. Rev. Lett.* **43**, 834 (1979).
- [2] A.V. Kisselev, V.A. Petrov *Phys. Atom. Nucl.* **61**, 657 (1998);  
A.V. Kisselev, V.A. Petrov *Phys. Atom. Nucl.* **60**, 1533 (1997).
- [3] V.A. Petrov, A.V. Prokudin, *Phys. Atom. Nucl.* **64**, 1988 (2001),  
*Yad. Fiz.* **64**, 2073 (2001);  
V.A. Petrov, A.V. Prokudin, *Phys. Atom. Nucl.* **62**, 1562 (1999),  
*Yad. Fiz.* **62**, 1668 (1999);  
V.A. Petrov, A.V. Prokudin, proceedings of International Conference and 8th Blois Workshop on Elastic and Diffractive Scattering (EDS 99), Protvino, Russia, 27 Jun - 2 Jul 1999. Published in \*Protvino 1999, Elastic and diffractive scattering\* 95-108, hep-ph/9912245.
- [4] M. Froissart, *Phys. Rev. D* **123**, 1053 (1961)  
A. Martin, *Phys. Rev. D* **129**, 993 (1963).
- [5] ZEUS collab.:M.Derrick et al., *Phys. Lett. B* **356**, 601 (1995);  
ZEUS Collaboration, *Phys. Lett. B* **350**, 120 (1995);  
ZEUS Collaboration, *Z. Phys. C* **69**, 39 (1995);  
S. Aid et al., H1 Collaboration *Nucl. Phys. B* **463**, 3 (1996);  
S. Aid et al., H1 Collaboration *Nucl. Phys. B* **468**, 3 (1996);

- ZEUS Collaboration, *Phys. Lett. B* **377**, 259 (1996);  
 ZEUS Collaboration, *Phys. Lett. B* **380**, 220 (1996);  
 ZEUS Collaboration, *Z. Phys. C* **75**, 215 (1997);  
 ZEUS Collaboration, *Z. Phys. C* **76**, 599 (1997);  
 ZEUS Collaboration, *Eur. Phys. J. C* **6**, 603 (1999);  
 C. Adloff et al., H1 Collaboration, *Eur. Phys. J. C* **13**, 371 (2000);  
 H1 Collaboration: C. Adloff, et al. *Phys. Lett. B* **484**, 23 (2000)  
 H1 Collaboration: C. Adloff, et al. *Phys. Lett. B* **484**, 360 (2000).
- [6] CDF Collaboration (K. Borras for the collaboration). FERMILAB-CONF-00-141-E, Jun 2000;  
 K. Goulianos, talk given in the Xth Blois workshop, 2003, Helsinki, Finland.  
 M. Gallinaro, hep-ph/0311192.
- [7] D. Kharzeev, E. Levin, *Nucl. Phys. B* **578**, 351 (2000), hep-ph/9912216;  
 D. Kharzeev, E. Levin, *Phys. Rev. D* **63**, 073004 (2001), hep-ph/0005311;  
 D. Kharzeev, E. Levin, *Nucl. Phys. A* **690**, 621 (2001), hep-ph/0007182.
- [8] J. C. Collins, *Journ. Phys. G* **28**, 1069 (2002), hep-ph/0107252;  
 J. C. Collins, *Phys. Rev. D* **58**, 094002 (1998), hep-ph/9806259;  
 J. C. Collins, *Phys. Lett. B* **438**, 184 (1998), hep-ph/9806234;  
 L. Alvero, J. C. Collins, J. Terron, J.J. Whitmore, *Phys. Rev. D* **59**, 074022 (1999),  
 hep-ph/9805268;  
 J. C. Collins, *Phys. Rev. D* **57**, 3051 (1998), *Erratum. ibid. D* **61**, 019902 (2000),  
 hep-ph/9709499.
- [9] By A.B. Kaidalov, V.A. Khoze, A.D. Martin, M.G. Ryskin, *Phys. Lett. B* **559**, 235 (2003), hep-ph/0302091;  
 K. Goulianos, J. Montanha, LAFEX International School on High-Energy Physics (LISHEP 98) Session A: Particle Physics for High School Teachers - Session B: Advanced School in HEP - Session C: Workshop on Diffractive Physics, Rio de Janeiro, Brazil, 16-20 Feb 1998. Published in \*Rio de Janeiro 1998, High energy physics\* 35-51.

- [10] C. Royon, Talk given at Workshop on B Physics at the Tevatron: Run II and Beyond, Batavia, Illinois, 23-25 Sep 1999. hep-ph/0005086  
Jia-Sheng Xu, Hong-An Peng, *Commun. Theor. Phys.* **34**, 129 (2000), hep-ph/9811416;  
Chung-I Tan, *Phys. Rept.* **315**, 175 (1999), hep-ph/9810237;  
Jia-Sheng Xu, Hong-An Peng, *Phys. Rev. D* **59**, 014028 (1999), hep-ph/9807220.
- [11] S. D. Drell, D. Levy, T. M. Yan, *Phys. Rev.* **187**, 2159 (1969);  
*Phys. Rev. D* **187**, 1035 (1970);  
*Phys. Rev. D* **187**, 1617 (1970);  
*Phys. Rev. D* **187**, 2402 (1970).
- [12] H. D. Dahmen, F. Steiner, Preprint TH-1595. CERN, 1972.
- [13] R. Gatto, G. Preparata, *Nucl. Phys. B* **47**, 313 (1972).
- [14] J. D. Bjorken, *Phys. Rev.* **179**, 1547 (1969).
- [15] В. Н. Грибов, Л. Н. Липатов, *ЯФ* **15**, 781, 1218 (1972).
- [16] А. П. Бухвостов, Л. Н. Липатов, Н. П. Попов, *ЯФ* **20**, 532 (1974).
- [17] Ю. Л. Докшицер, *ЯФ* **73**, 1216 (1977).
- [18] D. J. Pritchard, *Z. Phys. C* **2**, 205 (1979);  
Preprint DAMTP-78/20.
- [19] V. F. Konoplyanikov, N. B. Skachkov, Preprint JINR Communication E2-93-294.  
JINR, Dubna, 1993.
- [20] V. Barone, A. Drago, Bo-Qiang Ma, *Phys. Rev. C* **62**, 062201 (2000), hep-ph/0011334.
- [21] H. Albrecht et al., *Z. Phys. C* **44**, 547 (1989).
- [22] M. Althoff, *Z. Phys. C* **17**, 5 (1983);  
W. Braunschweig et al., *Z. Phys. C* **42**, 189 (1989).

- [23] H. Aihara et al., *Phys. Rev. Lett.* **52**, 577 (1984);  
*Phys. Rev. Lett.* **61**, 1263 (1988).
- [24] M. Derrick et al., *Phys. Rev. D* **35**, 2639 (1987).
- [25] R. Itoh et al., *Phys. Lett. B* **345**, 335 (1995).
- [26] R. Akers et al., *Z. Phys. C* **63**, 181 (1994).
- [27] P. Abreu P. et al., *Nucl. Phys. B* **444**, 3 (1995).
- [28] M. Arneodo et al., *Phys. Lett. B* **364**, 107 (1995), Preprint CERN-PPE/95-138.
- [29] A. C. Benvenuti et al., *Phys. Lett. B* **223**, 485 (1989).
- [30] M. Derrick M., *Z. Phys. C* **72**, 399 (1996);  
*Z. Phys. C* **65**, 379 (1995);  
*Z. Phys. C* **69**, 607 (1995).
- [31] S. Aid et al., *Nucl. Phys. B* **470**, 3 (1996);  
T. Ahmed et al., *Nucl. Phys. B* **439**, 471 (1995).
- [32] J. J. Aubert et al., *Nucl. Phys. B* **259**, 189 (1985).
- [33] M. R. Adams et al., *Phys. Rev. D* **54**, 3006 (1996).
- [34] L. W. Whitlow et al., Preprint SLAC-357 (Ph.D.), 1990.
- [35] A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling, *Phys. Rev. D* **50**, 6734 (1994);  
*Phys. Rev. D* **51**, 4756 (1995).
- [36] S. Aid et al., H1 Collab., *Nucl. Phys. B* **470**, 3 (1996).
- [37] J. Breitweg et al., ZEUS Collab., *Eur. Phys. J. C* **12**, 35 (2000).
- [38] A. V. Kisselev and V. A. Petrov, *Z. Phys. C* **75**, 277 (1997).
- [39] C. Adloff et al., H1 Collab., *Phys. Lett. B* **467**, 156 (1999).
- [40] ZEUS collab., DESY-03-115.

- [41] A.V. Berezhnuy, V.V. Kiselev, A.K. Likhoded, *Phys. Atom. Nucl.* **63**, 1595 (2000);  
*Yad. Fiz.* **63**, 1682 (2000), hep-ph/9905555;  
*Phys. Atom. Nucl.* **66**, 769 (2003), *Yad. Fiz.* **66**, 801 (2003).
- [42] Дж. Коллинз, *Перенормировка* (Москва "Мир", 1988).  
 J.C.Collins, *Renormalization* (Cambridge, UK: Univ. Pr.,1984).
- [43] V.A. Petrov, A.V. Prokudin, Presented at 9th Blois Workshop on Elastic and  
 Diffractive Scattering, Pruhonice, Prague, Czech Republic, 9-15 Jun 2001. Published  
 in \*Pruhonice 2001, Elastic and diffractive scattering\* 257-264, hep-ph/0203162.
- [44] V.A. Petrov, A.V. Prokudin, *Eur. Phys. J. C* **23**, 135 (2002), hep-ph/0105209.
- [45] V.A. Petrov, R.A. Ryutin, A.V. Prokudin, принята в печать в *Czech. Journ. of  
 Phys.* , (), hep-ph/0404116.
- [46] V.A. Khoze, A.D. Martin, M.G. Ryskin, IPPP-02-57, DCPT-02-114, hep-  
 ph/0210094;  
 V.A. Khoze, A.D. Martin, M.G. Ryskin, *Eur. Phys. J. C* **24**, 581 (2002), hep-  
 ph/0203122;  
 V.A. Khoze, A.D. Martin, M.G. Ryskin, *Eur. Phys. J. C* **23**, 311 (2002), hep-  
 ph/0111078;  
 V.A. Khoze, A.D. Martin, M.G. Ryskin, *Eur. Phys. J. C* **19**, 477 (2001), hep-  
 ph/0011393.
- [47] J.-R. Cudell, O. F. Hernandez, *Nucl. Phys. B* **471**, 471 (1996), hep-ph/9511252.
- [48] A.B. Kaidalov, V.A. Khoze , A.D. Martin, M.G. Ryskin, *Eur. Phys. J. C* **33**, 261  
 (2004), hep-ph/0311023;  
 A.D. Martin, V.A. Khoze, M.G. Ryskin, *Acta Physica Polon B* **33**, 3478 (2002),  
 hep-ph/0207062.
- [49] A. Bialas, P.V. Landshoff, *Phys. Lett. B* **256**, 540 (1991).
- [50] R. Enberg, G. Ingelman, N. Timneanu, *Eur. Phys. J. C* **33**, 542 (2004), hep-  
 ph/0311094;

- R. Enberg, G. Ingelman, N. Timneanu, *Phys. Rev. D* **67**, 011301 (2003), hep-ph/0210408;
- N. Timneanu, R. Enberg, G. Ingelman, *Acta Physica Polon B* **33**, 3479 (2002), hep-ph/0206147.
- [51] M. Boonekamp, R. Peschanski, C. Royon, *Phys. Lett. B* **598**, 243 (2004), hep-ph/0406061;
- M. Boonekamp, R. Peschanski, C. Royon, *Nucl. Phys. B* **669**, 277 (2003), hep-ph/0301244.
- [52] V.A. Khoze, A.D. Martin, M.G. Ryskin, *Eur. Phys. J. C* **26**, 229 (2002), hep-ph/0207313.
- [53] S. Troshin, N. Tyurin, *Yad. Fiz.* **40**, 1008 (1984).
- [54] A. Donnachie, P.V. Landshoff *Nucl. Phys. B* **123**, 583 (1983)
- A. Donnachie, P.V. Landshoff *Nucl. Phys. B* **231**, 189 (1984)
- A. Donnachie, P.V. Landshoff *Nucl. Phys. B* **244**, 322 (1984)
- A. Donnachie, P.V. Landshoff *Nucl. Phys. B* **267**, 690 (1986)
- A. Donnachie, P.V. Landshoff *Nucl. Phys. B* **437**, 408 (1992)
- [55] J. R. Cudell, K. Kang, S. K. Kim, hep-ph/9712235;
- V.V. Ezhela, S.B. Lugovsky, N.P. Tkachenko, *Eur. Phys. J. C* **3**, 205 (1998)
- [56] A. Donnachie, P. V. Landshoff, *Phys. Lett. B* **296**, 227 (1992);
- J.-R. Cudell, Kyungsik Kang, Sung Ku Kim, hep-ph/9701312. Presented at "The State of Physics at the End of the 20th Century" CARRUTHERS61
- J. R. Cudell, V. Ezhela, K. Kang, S. Lugovsky, N. Tkachenko, *Phys. Rev. D* **61**, 034019 (2000).
- [57] A.B. Kaidalov, V.A. Khoze, A.D. Martin, M.G. Ryskin, *Eur. Phys. J. C* **21**, 521 (2001), hep-ph/0105145;
- V.A. Khoze, A.D. Martin, M.G. Ryskin, *Nucl. Phys. Proc. Suppl. B* **99**, 213 (2001), hep-ph/0011319;

- V.A. Khoze, A.D. Martin, M.G. Ryskin, *Eur. Phys. J. C* **18**, 167 (2000), hep-ph/0007359.
- [58] S. Nussinov, *Phys. Rev. D* **14**, 246 (1976).
- [59] A. Berera, J.C. Collins, *Nucl. Phys. B* **474**, 183 (1996), hep-ph/9509258.
- [60] K. Golec-Biernat, J. Kwiecinski, A.D. Martin, *Phys. Rev. D* **58**, 094001 (1998), hep-ph/9803464;  
K. Golec-Biernat, A.D. Martin, M.G. Ryskin, *Nucl. Phys. Proc. Suppl. B* **79**, 365 (1999), hep-ph/9905517;  
A.G. Shuvaev, K.J. Golec-Biernat, A.D. Martin, M.G. Ryskin (St. Petersburg, INP Durham U.), *Phys. Rev. D* **60**, 014015 (1999), hep-ph/9902410.
- [61] A. Donnachie, P.V. Landshoff, *Phys. Lett. B* **595**, 393 (2004), hep-ph/0402081.
- [62] V.A. Petrov, R.A. Ryutin, *Phys. Lett. B* **451**, 211 (1999).
- [63] V.A. Petrov, R.A. Ryutin, *Phys. Atom. Nucl.* **63**, 109 (2000), *Yad. Fiz.* **63**, 121 (2000).
- [64] A.V. Kiselev, V.A. Petrov, R.A. Ryutin, *Phys. Atom. Nucl.* **65**, 1900 (2002), *Yad. Fiz.* **65**, 1953 (2002).
- [65] A.V. Kisselev, V.A. Petrov, R.A. Ryutin, *Eur. Phys. J. C* **26**, 597 (2003), hep-ph/0109271.
- [66] V.A. Petrov, R.A. Ryutin, *Eur. Phys. J. C* **36**, 509 (2004), hep-ph/0311024.
- [67] V.A. Petrov, R.A. Ryutin, *JHEP* **0408**, 013 (2004), hep-ph/0403189.
- [68] R.A. Ryutin, hep-ph/0409180.
- [69] C. Callan, D. J. Gross, *Phys. Rev. Lett.* **22**, 156 (1969);  
*Phys. Rev. Lett.* **21**, 311 (1968).
- [70] B.A. Петров, *ТМФ* **33**, 280 (1977).

- [71] Ю.Л. Докшицер, М.Т. Рыскин, *Письма в ЖЭТФ* **33**, 288 (1981).
- [72] R. Gatto, P. Menotti, I. Vendramin, *Phys. Rev. D* **7**, 2524 (1973).
- [73] G. Curci, W. Furmanski, R. Petronzio, *Nucl. Phys. B* **175**, 27 (1980).
- [74] L. Baulieu, E. G. Floratos, C. Kounnas, *Phys. Lett. B* **89**, 84 (1979).
- [75] E.G. Floratos, C. Kounnas, R. Lacaze, *Nucl. Phys. B* **192**, 417 (1981).
- [76] A.V. Belitsky, *Phys. Lett. B* **405**, 312 (1997).
- [77] T. Kawabe, *Progr. Theor. Phys.* **65**, 1973 (1981).
- [78] A. Gonzalez-Arroyo, *Phys. Lett. B* **98**, 288 (1981).
- [79] G. Altarelli, R.K. Ellis, G. Martinelli, S.Y. Pi, *Nucl. Phys. B* **160**, 301 (1979).
- [80] G. Altarelli, *Phys. Rept.* **81**, 1 (1982).
- [81] J.C. Collins, *Phys. Rev. D* **58**, 094002 (1998).
- [82] J.C. Collins, F. Wilczek and A. Zee, *Phys. Rev. D* **18**, 242 (1978).
- [83] ZEUS Collab., Abstract 853, Paper submitted to the 30th International Conference on High–Energy Physics (ICHEP2000), Osaka, Japan, 2000.
- [84] V.A. Petrov, Proc. of the 2nd Int. Symp. "LHC: Physics and Detectors". (Eds. A.N. Sissakian and Y.A. Kultchitsky), June 2000, Dubna. P.223;  
V.A. Petrov, A.V. Prokudin, S.M. Troshin, N.E. Tyurin, *Journ. Phys. G (Nucl. and Part. Phys.)* **27**, 2225 (2001).
- [85] V.A. Petrov, Proceedings of the VIIth Blois Wokshop (Ed. M. Haguenaer et al., Editions Frontieres; Paris 1995).
- [86] V.A. Petrov and A.V. Prokudin, talk presented at the 9th International Conference (Blois Workshop) on Elastic and Diffractive Scattering, Pruhonice, Prague, Czech Republic, hep-ph/0203162.

- [87] R. Gastmans and T.T. Wu, *"The Ubiquitous Photon: Helicity Method For QED And QCD"*, Oxford, UK: Clarendon (1990) 648 p.
- [88] C.S. Kim and E. Mirkes, *Phys. Rev. D* **51**, 3340 (1995), hep-ph/9407318.
- [89] M. Kramer, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **47**, 141 (2001), hep-ph/0106120.
- [90] S. Aid et al. H1 Collab., *Nucl. Phys. B* **472**, 3 (1996), hep-ex/9603005;  
C.Adloff et al. H1 Collab., *Phys. Lett. B* **483**, 23 (2000), hep-ex/0003020;  
ZEUS Collab., *Z. Phys. C* **75**, 215 (1997), hep-ex/9704013.
- [91] M. Kramer, *Nucl. Phys. B* **459**, 3 (1996), hep-ph/9508409.
- [92] ZEUS Collab., *Phys. Lett. B* **437**, 432 (1998), hep-ex/9807020.
- [93] V.A. Petrov, Proceedings of the VIIth Blois Wokshop (Ed. M. Haguenaer et al., Editions Frontières; Paris 1995).
- [94] V. A. Khoze, A. D. Martin and M. G. Ryskin, *Eur. Phys. J. C* **14**, 525 (2000);  
V. A. Khoze, *Eur. Phys. J. C* **21**, 99 (2001), hep-ph/0105224.
- [95] A. Kniehl, *Phys. Rept.* **240**, 211 (1994).
- [96] A. De Roeck, V. A. Khoze, A. D. Martin, R. Orava, M. G. Ryskin, *Eur. Phys. J. C* **25**, 391 (2002).
- [97] A. D. Martin, M. G. Ryskin and V. A. Khoze, *Phys. Rev. D* **56**, 5867 (1997).
- [98] A. Bialas and V. Szeremeta, *Phys. Lett. B* **296**, 191 (1992);  
A. Bialas and R. Janik, *Z. Phys. C* **62**, 487 (1994).
- [99] J. Pumplin, *Phys. Rev. D* **52**, 1477 (1995).
- [100] M.G. Albrow and A. Rostovtsev, FERMILAB-PUB-00-173. Aug. 2000.
- [101] Feng Yuan, *Phys. Lett. B* **510**, 155 (2001).
- [102] S. Kim, *Nucl. Phys. Proc. Suppl. B* **471**, 437 (1996).

- [103] Review of Particle Properties, *Eur. Phys. J. C* **15**, 1 (2000).
- [104] L. Randall and R. Sundrum, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3370,4690 (1999).
- [105] M. Chaichian, A. Datta, K. Huitu and Zenghui Yu, *Phys. Lett. B* **524**, 161 (2002).
- [106] E. Laenen, S. Riemersma, J. Smith, W.L. van Neerven, *Phys. Rev. D* **49**, 5753 (1994).